

**T.C.
SAKARYA UYGULAMALI BİLİMLER ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERDE VOLTERRA
SERİLERİ TABANLI TANIMLAMA FONKSİYONU İLE
FREKANS ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Emre GÜLERYÜZ

**Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK-ELEKTRONİK
MÜHENDİSLİĞİ**

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Sezgin KAÇAR

Nisan 2019

T.C.
SAKARYA UYGULAMALI BİLİMLER ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERDE VOLTERRA
SERİLERİ TABANLI TANIMLAMA FONKSİYONU İLE
FREKANS ANALİZİ

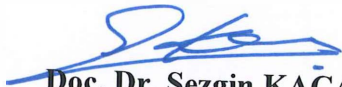
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Emre GÜLERYÜZ

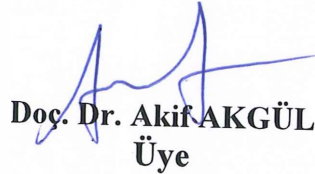
Enstitü Anabilim Dalı

ELEKTRİK-ELEKTRONİK
MÜHENDİSLİĞİ

Bu tez 24.04.2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği / oyçokluğu ile kabul edilmiştir.



Doç. Dr. Sezgin KAÇAR
Jüri Başkanı



Doç. Dr. Akif AKGÜL
Üye



Doç. Dr. Devrim AKGÜN
Üye

BEYAN

Tez içindeki tüm verilerin akademik kurallar çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun şekilde sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

Emre GÜLERYÜZ

24.04.2019

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca değerli bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, her konuda bilgi ve desteğini almaktan çekinmediğim, araştırmanın planlanmasından yazılmasına kadar tüm aşamalarında yardımlarını esirgemeyen, teşvik eden, aynı titizlikte beni yönlendiren değerli danışman hocam Doç. Dr. Sezgin KAÇAR'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi ve birikimini benimle paylaşan değerli hocam Doç. Dr. Akif AKGÜL'e teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	i
İÇİNDEKİLER	ii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	v
ŞEKİLLER LİSTESİ	vii
ÖZET	xi
SUMMARY	xii

BÖLÜM 1.

GİRİŞ	1
1.1. Doğrusal Olmayan Sistemler ve Frekans Analizi	1
1.2. Literatür	3
1.3. Tezde Yapılan Çalışmalar ve Literatüre Katkısı	7

BÖLÜM 2.

VOLTERRA SERİLERİ TEMELLİ TANIMLAMA FONKSİYONU	9
2.1. Volterra Serileri	9
2.2. Genelleştirilmiş Tanımlama Fonksiyonlarının Elde Edilmesi	11
2.3. Örnek Uygulama	13

BÖLÜM 3.

TANIMLAMA FONKSİYONU İLE FREKANS CEVAPLARININ ELDE EDİLMESİ İÇİN ARAYÜZ TASARIMI	16
3.1. Tasarlanan Arayüzün Tanıtılması	16
3.2. Tasarlanan Arayüzde Örnek Uygulama	20

BÖLÜM 4.

TASARLANAN ARAYÜZ İLE ELDE EDİLEN SONUÇLARIN FARKLI PLATFORMLARDA DOĞRULANMASI	24
--	----

4.1. Sistemlerin Belirlenmesi	24
4.1.1. Duffing sistemi (Sistem 1)	25
4.1.2. Kübik söndürücü ve kübik sertlik terimleri içeren sistem modeli (Sistem 2)	25
4.1.3. Kuadratik söndürücü ve kübik sertlik terimleri içeren sistem modeli (Sistem 3)	26
4.2. Kullanılacak Simülasyon Ortamları	26
4.2.1. Matlab simulink	26
4.2.2. Pspice	27
4.3. Belirlenen Sistemlerin Matlab Simulink Modellerinin Elde Edilmesi..	28
4.4. Belirlenen Sistemlerin Pspice Modellerinin Elde Edilmesi	30
4.4.1. Kullanılan elektronik araçlar	30
4.4.1.1. Eviren yükselteç devresi	30
4.4.1.2. İntegral alıcı devre	31
4.4.1.3. Analog çarpma devresi	31
4.4.2. Sistemlerin pspice modelleri	32
4.4.2.1. Sistem 1'in pspice modeli	32
4.4.2.2. Sistem 2'nin pspice modeli	34
4.4.2.3. Sistem 3'ün pspice modeli	36
4.5. Sistemlerin Frekans Cevaplarının Farklı Platformlarda Elde Edilmesi. 38	
4.5.1. Matlab simulink ile frekans cevabının elde edilmesi	38
4.5.2. Matlab simulink ile elde edilen frekans cevapları	43
4.5.2.1. Sistem 1'in frekans cevapları	43
4.5.2.2. Sistem 2'nin frekans cevapları	44
4.5.2.3. Sistem 3'ün frekans cevapları	46
4.5.3. Pspice ile frekans cevabının elde edilmesi	47
4.5.4. Pspice ile elde edilen frekans cevapları	48
4.5.4.1. Sistem 1'in frekans cevapları	48
4.5.4.2. Sistem 2'nin frekans cevapları	50
4.5.4.3. Sistem 3'ün frekans cevapları	52
4.6. Tasarlanan Arayüz ile Elde Edilen Sonuçlar ve Simülasyon Sonuçlarının Karşılaştırılması	53

4.6.1. Sistem 1 sonuçlarının karşılaştırılması	53
4.6.2. Sistem 2 sonuçlarının karşılaştırılması	58
4.6.3. Sistem 3 sonuçlarının karşılaştırılması	62

BÖLÜM 5.

SONUÇ VE ÖNERİLER	66
-------------------------	----

KAYNAKLAR	68
-----------------	----

ÖZGEÇMİŞ	73
----------------	----



SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

A	: Sinyal genlik değeri
$C_{p,q}(\cdot)$: p adet çıkış bileşeni q adet giriş bileşeni içeren terimin katsayısı
D	: Türev işlemi
dB	: Desibel
DOS	: Doğrusal Olmayan Sistemler
F	: Farad
FCF	: Frekans Cevabı Fonksiyonu
GUI	: Graphical User Interface
$H_n^{\text{asym}}(\cdot)$: n. derece asimetrik Frekans Cevabı Fonksiyonu
$H_n^{\text{sym}}(\cdot)$: n. derece simetrik Frekans Cevabı Fonksiyonu
$H_{n_u}(\cdot)$: Sadece giriş bileşeni içeren terimlerin katkısı
$H_{n_y}(\cdot)$: Sadece çıkış bileşeni içeren terimlerin katkısı
$H_{n_{uy}}(\cdot)$: Giriş ve çıkış bileşeni içeren terimlerin katkısı
$h_n(t)$: n. derece impuls cevabı
i	: Giriş değişkeni sırası
l_i	: Türev derecesi
M	: En büyük doğrusal olmama derecesi
m	: Doğrusal olmama derecesi
N	: En büyük Frekans Cevabı Fonksiyonu derecesi
$N(\cdot)$: Tanımlama Fonksiyonu
n	: İstenen Frekans Cevabı Fonksiyonu derecesi
NDE	: Non-linear Differential Equations
nF	: Nano Farad
p	: Çıkış bileşeni sayısı
R	: En büyük giriş harmonik sayısı

r	: Giriş harmonik sayısı
rad	: Radyan
RK4	: Runge Kutta 4
sn	: Saniye
SPICE	: Simulation Program for Integrated Circuits Emphasis
TF	: Tanımlama Fonksiyonu
$U(t)$: Giriş Sinyali
V	: Volt
$y(t)$: Çıkış sinyali
$y_n(t)$: n.derece çıkış sinyali
q	: Çıkış bileşeni sayısı
W	: Giriş harmonik grubu
w	: Giriş sinyalin açısal frekansı
Ω	: Ohm

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 3.1. Metodların kullanımı için oluşturulan .m dosyaları ve fonksiyonlar	16
Şekil 3.2. MATLAB GUI ile tasarlanan arayüz	17
Şekil 3.3. Çalıştırılan arayüz ekranı	18
Şekil 3.4. Tasarlanan Arayüzün akış diyagramı	20
Şekil 3.5. Örnek sisteme ait birinci derece TF için arayüz ile sonuçlarının elde edilmesi	21
Şekil 3.6. Üretilen fonksiyon dosyaları	21
Şekil 3.7. Kazanç-Frekans grafiği	22
Şekil 3.8. Faz açısı-Frekans grafiği	23
Şekil 3.9. Beşinci derece TF elde edilmesi	23
Şekil 4.1. Duffing sisteminin simulink modeli	28
Şekil 4.2. Kübik söndürücü ve sertlik terimi içeren sistemin simulink modeli ...	29
Şekil 4.3. Kuadratik söndürücü ve kübik sertlik terimleri içeren sistem modeli ..	29
Şekil 4.4. Elektronik elemanlarla gerçekleştirilen eviren yükselteç devresi	30
Şekil 4.5. Elektronik elemanlarla gerçekleştirilen integral alıcı devresi	31
Şekil 4.6. AD633 entegresinin yapısı	32
Şekil 4.7. Duffing sisteminin elektronik devre tasarımı	33
Şekil 4.8. Sistem 2'nin elektronik devre tasarımı	35
Şekil 4.9. Sistem 3'ün elektronik devre tasarımı	37
Şekil 4.10. Örnek sisteminin simulink modeli	38
Şekil 4.11. Frekans cevabı analizi için girişin belirlenmesi	39
Şekil 4.12. Frekans cevabı analizi için çıkışın belirlenmesi	40
Şekil 4.13. Simulink frekans cevabı simülasyonu	41
Şekil 4.14. Simulink frekans cevabı için giriş sinyal ayarları	42
Şekil 4.15. Elde edilen frekans cevabı sonuçları	42
Şekil 4.16. Sistem 1'in giriş genliği 0,1 V iken frekans cevabı	43

Şekil 4.17. Sistem 1'in giriş genliği 0,2 V iken frekans cevabı	43
Şekil 4.18. Sistem 1'in giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı	44
Şekil 4.19. Sistem 1'in giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı	44
Şekil 4.20. Sistem 1'in giriş genliği 0,2 V iken frekans cevabı	44
Şekil 4.21. Sistem 2'nin giriş genliği 0,05 V iken frekans cevabı	45
Şekil 4.22. Sistem 2'nin giriş genliği 0,1 V iken frekans cevabı	45
Şekil 4.23. Sistem 2'nin giriş genliği 0,2 V iken frekans cevabı	45
Şekil 4.24. Sistem 2'nin giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı	45
Şekil 4.25. Sistem 2'nin giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı	46
Şekil 4.26. Sistem 3'ün giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı	46
Şekil 4.27. Sistem 3'ün giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı	47
Şekil 4.28. Sistem 2'nin giriş genliği 0,7 V iken frekans cevabı	47
Şekil 4.29. Örnek bir giriş sinyali ve ona karşılık gelen çıkış sinyali	47
Şekil 4.30. Sistem 1'in giriş genliği 0,1 V iken frekans cevabı	49
Şekil 4.31. Sistem 1'in giriş genliği 0,2 V iken frekans cevabı	49
Şekil 4.32. Sistem 1'in giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı	49
Şekil 4.33. Sistem 1'in giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı	49
Şekil 4.34. Sistem 1'in giriş genliği 0,7 V iken frekans cevabı	50
Şekil 4.35. Sistem 2'nin giriş genliği 0,05 V iken frekans cevabı	50
Şekil 4.36. Sistem 2'nin giriş genliği 0,1 V iken frekans cevabı	51
Şekil 4.37. Sistem 2'nin giriş genliği 0,2 V iken frekans cevabı	51
Şekil 4.38. Sistem 2'nin giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı	51
Şekil 4.39. Sistem 2'nin giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı	51
Şekil 4.40. Sistem 3'ün giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı	52
Şekil 4.41. Sistem 3'ün giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı	52
Şekil 4.42. Sistem 3'ün giriş genliği 0,7 V iken frekans cevabı	53
Şekil 4.43. Sistem 1'in giriş genliği 0,1 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	54
Şekil 4.44. Sistem 1'in giriş genliği 0,1 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	54
Şekil 4.45. Sistem 1'in giriş genliği 0,2 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	55

Şekil 4.46. Sistem 1'in giriş genliği 0,2 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	55
Şekil 4.47. Sistem 1'in giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	56
Şekil 4.48. Sistem 1'in giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	56
Şekil 4.49. Sistem 1'in giriş genliği 0,5 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	57
Şekil 4.50. Sistem 1'in giriş genliği 0,5 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	57
Şekil 4.51. Sistem 1'in giriş genliği 0,7 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	58
Şekil 4.52. Sistem 1'in giriş genliği 0,7 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	58
Şekil 4.53. Sistem 2'nin giriş genliği 0,05 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	59
Şekil 4.54. Sistem 2'nin giriş genliği 0,05 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	59
Şekil 4.55. Sistem 2'nin giriş genliği 0,1 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	60
Şekil 4.56. Sistem 2'nin giriş genliği 0,1 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	60
Şekil 4.57. Sistem 2'nin giriş genliği 0,2 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	61
Şekil 4.58. Sistem 2'nin giriş genliği 0,2 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	61
Şekil 4.59. Sistem 2'nin giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	62
Şekil 4.60. Sistem 2'nin giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	62
Şekil 4.61. Sistem 3'ün giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	63

Şekil 4.62. Sistem 3'ün giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	63
Şekil 4.63. Sistem 3'ün giriş genliği 0,5 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	64
Şekil 4.64. Sistem 3'ün giriş genliği 0,5 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	64
Şekil 4.65. Sistem 3'ün giriş genliği 0,7 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması	65
Şekil 4.66. Sistem 3'ün giriş genliği 0,7 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması	65



DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERDE VOLTERRA SERİLERİ TABANLI TANIMLAMA FONKSİYONU İLE FREKANS ANALİZİ

ÖZET

Doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesi ve analizi konusu ele alındığında yöntemlerin zaman ve frekans boyutunda olmak üzere iki temel sınıfa ayrıldığı görülmektedir. Zaman boyutundaki yöntemler ile doğrusal olmayan sistemlerde görülen çatallanma, kaos gibi doğrusal olmayan davranışların incelenmesi çok zordur. Bu nedenle frekans boyutundaki yöntemler doğrusal olmayan sistemlerin analizi için daha çok tercih edilmektedir. Doğrusal olmayan sistemlerin analitik olarak modellenmesinde ve analizinde kullanılan yöntemler incelendiğinde Volterra Serilerini temel alan yöntemlerin yaygın olarak kullanıldığı görülmektedir. Volterra Serileri doğrusal olmayan sistemlerin frekans boyutunda genlik kazancı ve faz açısı gibi frekans cevabı değerlerinin bulunmasını sağlar. Genlik ve faz cevaplarının elde edilmesi için Volterra serileri temelli farklı yöntemlerde bulunmaktadır. Bu yöntemlerden bir tanesi de polinom yapıdaki diferansiyel denklemler ile tanımlanan doğrusal olmayan sistemler için kullanılan Tanımlama Fonksiyonları yöntemidir. Bu yöntem hem iki boyutlu sunum kolaylığı hem de birçok farklı sisteme uygulanabilirliği açısından tercih edilmektedir.

Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemlerin frekans analizinde çok yaygın olarak kullanılan Volterra serileri temelli Tanımlama Fonksiyonları üzerinde çalışılmıştır. Volterra serileri ve Tanımlama Fonksiyonları örnek bir uygulamayla açıklanmıştır. Tanımlama Fonksiyonlarının daha kullanılabilir olabilmesi ve yaygınlaştırılması için bir arayüz tasarlanmıştır. Belirlenen farklı doğrusal olmayan sistemler için arayüz ve simulink ile frekans analizleri gerçekleştirilmiştir. Ayrıca farklı doğrusal olmayan sistemlerin analog elektronik devre tasarımları yapılmıştır. Analog elektronik devreler kullanılarak simülasyon sonuçları elde edilmiştir. Tasarlanan arayüz ile frekans cevabı sonuçları ve simülasyon sonuçları karşılaştırılarak Tanımlama Fonksiyonunun geçerliliği gösterilmiştir. Sonuçta, üç farklı yöntem ile elde edilen frekans cevapları karşılaştırılarak sonuçlar yorumlanmış ve Tanımlama Fonksiyonu yönteminin kullanılabilirliği ortaya konmuştur.

Anahtar kelimeler: Doğrusal olmayan sistemler, volterra serileri, tanımlama fonksiyonu, frekans cevabı, analog elektronik devre tasarımı, matlab simulink

FREQUENCY ANALYSIS OF NONLINEAR SYSTEMS WITH VOLTERRA SERIES BASED DESCRIBING FUNCTION

SUMMARY

When modeling and analysis of nonlinear systems are taken into consideration, it is seen that the methods are divided into two basic classes as time and frequency. It is very difficult to examine nonlinear behaviors such as bifurcation and chaos in nonlinear systems with time dimension methods. Therefore, methods of frequency dimension are more preferred for the analysis of nonlinear systems. When the methods used in analytical modeling and analysis of nonlinear systems are examined, it is seen that the methods based on Volterra Series are widely used. Volterra Series provides the frequency response values of non-linear systems such as amplitude gain and phase angle. Volterra series based methods are used to obtain amplitude and phase responses. One of these methods is the Describing Functions method used for nonlinear systems defined by differential equations in the polynomial structure. This method is preferred for both the ease of two-dimensional presentation and its applicability to many different systems.

In this study, Volterra series based Identification Functions which are widely used in frequency analysis of nonlinear systems are studied. The Volterra series and the Identification Functions are described in an exemplary embodiment. An interface has been designed to make the functions of identification more accessible and widespread. For different nonlinear systems, the frequency and frequency analyzes were performed with simulink. In addition, analog electronic circuit designs of different non-linear systems were made. Simulation results were obtained by using analog electronic circuits. The designed interface and frequency response results and simulation results are compared and the validity of the describing Function is shown. As a result, the frequency responses obtained by three different directions were compared and the results were interpreted and the usability of the Describing Function method was demonstrated.

Keywords: Nonlinear systems, volterra series, describing function, frequency response, analog electronic circuit design, matlab simulink

BÖLÜM 1. GİRİŞ

1.1. Doğrusal Olmayan Sistemler ve Frekans Analizi

Birçok disiplinler arası ilişkilerin bilimsel yaklaşımlarla incelediği sistem kavramı, bir hedefe veya amaca ulaşmak için bir arada bulunan ve aralarında ilişkili olan parçalardan meydana gelen, girdi-çıktıları bulunan bir bütündür. Sistemler, davranışlarının ve özelliklerinin ortaya çıkarılması için matematiksel olarak tanımlanması ve matematiksel yöntemlerle analizleri yapılması gerekir. Bu şekilde analizleri yapılamayan sistemler ise deneysel bir ortamda gerçekleştirilerek, analizleri elde edilir. Fakat bir sistemin deneysel olarak yapılması, işlemin tehlikeli ve maliyetli olacağından aynı zamanda gerekli ortam koşullarının sağlanamama ihtimali göz önünde bulundurulduğunda, matematiksel olarak modellenmesi ve analizlerinin yapılması daha faydalı, kolay ve akılcı bir çözüm sunmaktadır.

Çok geniş bir ifadeye karşılık gelen sistem kavramı günlük hayatın içerisinde, bilimsel çalışmalar gibi pek çok sürecin ve yapının içerisinde yer almaktadır. Her türlü süreci ve yapıyı ifade ettiği için sistemlerin belirli sınıflara ayrılmaları incelenmeleri açısından gereksinim durumuna gelmektedir. Sistemler giriş çıkış sayısına göre ve yapılarına göre sınıflandırılabilirler.

Çoğunlukla sınıflandırmalar, kısmi diferansiyel veya adi diferansiyel denklem sistemleri, stokastik veya deterministik sistemler, sürekli zamanlı veya ayrık zamanlı sistemler, doğrusal olan ya da doğrusal olmayan sistemler, zaman gecikmeli veya zaman gecikmesiz sistemler, zamanla değişen ya da zamanla değişmeyen, nedensel veya nedensel olmayan, bellekli veya belleksiz sistemler, dinamik veya statik sistemler olarak yapılmaktadır (Brogan, 1974; Hsu, 1995; Kuo & Bir, 2009).

Sistemlerin en çok kullanılan sınıflandırma türlerinden birisi doğrusal sistem olup olmadığıdır. Doğrusal sistemler, matematiksel olarak doğrusal fonksiyonlardan oluşmakta olup, sistemlerin analizinde, modellenmesinde ve tasarımında bu sistem biçimi kullanılmaktadır. Bunun nedeni ise doğrusal sistemlerin analizi daha basit bir şekilde yapılmasıdır. Fakat evrende meydana gelen her şey doğrusal değildir, her sistemin doğrusallığı sınırlıdır.

Doğrusal Olmayan Sistemler (DOS)'de doğrusal olmayan bileşenler ivmelendirici, zayıflatıcı, pekiştirici veya geciktirici etkiler yapabilmektedir. Doğrusal olmayan sistem modellerindeki doğrusal olmayan terimler; değişkenlerin üstel, köklü, payda, birbirleri ile çarpılmış veya mutlak ifadeleri olabilir. Doğrusal olmayan sistemlerde atlama, çatallanma, kaos gibi çeşitli davranış olayları görülmektedir. Doğrusal olmayan sistemlerin analizine yönelik zaman ve frekans boyutunda uygulanan birçok yöntem geliştirilmiştir (Stephen A. Billings, 1980; Kerschen, Worden, Vakakis, & Golinval, 2006).

DOS'ların modellenmesi ve analizi için kullanılan yöntemler zaman ve frekans boyutunda uygulanan yöntemler olarak ikiye ayrılabilir. Zaman boyutunda uygulanan yöntemler daha kolay uygulanabilir olmakla birlikte çoğu zaman DOS'un tüm davranışlarını incelemek için yeterli olmaz. Örneğin atlama olayı gibi DOS'lar için geçerli bir olayı ancak daha karmaşık olan frekans boyutundaki yöntemlerle incelemek mümkündür.

Doğrusal olmayan sistemlerin frekans boyutunda analizine yönelik en yaygın olarak kullanılan yöntemler olan Volterra serileri metodudur. Diğer kullanılan yöntemler içerisinde yer alan genelleştirilmiş harmonik denge metodu, tanımlama fonksiyonları metodu gibi analiz metodlarının hepsi Volterra modelini temel almaktadır (Kaçar & Çankaya, 2010). Bu model oldukça geneldir, fakat çok boyutlu frekans analizlerinde dezavantaja sahiptir (JONES, 1995). Bu dezavantajdan kurtulmak için Tanımlama Fonksiyonu kullanılabilir. Eğer giriş sinyali Tanımlama Fonksiyonu modelinde olduğu gibi belirli bir dalga formuyla sınırlandırılırsa Volterra modelinde oluşan dezavantaj engellenebilir ve problem basitleşebilir. Tanımlama fonksiyonu modelinde frekans

cevabı fonksiyonu genliğe bağımlı olduğundan sistem yarı doğrusal olarak temsil edilir (Gelb & Van der Velde, 1968).

1.2. Literatür

Doğrusal olmayan sistemlerin analizinde ve modellenmesinde en çok kullanılan yöntemlerden biri Volterra serileridir (Volterra, 1930). Tek girişli bir sistemin, çıkışının kendi adını verdiği Volterra serileri ile tanımlanabileceğini gösteren Vito Volterra, Volterra serileri ile ilgili ilk çalışmayı yapmıştır (Volterra, 1930). Brilliant tarafından, ilk başlarda sadece sürekli zaman özelliği gösteren sistemlerde kullanılan Volterra serilerinin aynı zamanda doğrusal olmayan sistemler içinde kullanılabilmesi gösterilmiştir (Brilliant, 1958). Barrett tarafından, diferansiyel denklemler ile tanımlanan doğrusal olmayan sistemlerin Volterra Serileri ile çözülebileceğini çalışmalarında göstermişlerdir (Barrett, 1965). Narayanan tarafından, transistörlü geri beslemeli yükselteçlerde karşılaşılan ve önemli bir problem olarak görülen girişim bozulma analizleri için Volterra serileri kullanılmıştır (Narayanan, 1970).

Bedrosian ve arkadaşlarının çalışmasında ise Volterra serileri Fourier dönüşümü ile zaman boyutundan frekans boyutuna taşınmış ve harmonik irdeleme algoritması üretilmiştir (Bedrosian & Rice, 1971). Chua ve Tang tarafından, sinüsoidal osilatörlerde genlik ve frekansın hesaplanabilmesi ve analizleri için Volterra serileri kullanılarak bir algoritma geliştirmişlerdir (Chua & Tang, 1982).

Billings ve arkadaşları da Volterra serileri algoritmasını ayırık zamanlı sistemlerde uygulamışlardır (S. A. Billings & Tsang, 1989). Peyton Jones ve Billings, Volterra serilerini kullanarak elde ettiği genelleştirilmiş frekans cevabı fonksiyonlarının dinamik bir sistem olan integrodiferansiyel denklemler için doğrudan üretildiği, kendini çağıran bir algoritma tasarlamışlardır (S. A. Billings & Peyton Jones, 1990). Tymerski tarafından, Darbe genişlik modülasyonlu dönüşüm sistemlerinin çıkış cevabının doğrusal olmayan kontrolü Volterra fonksiyonel serileri ile tanımlanmıştır (Tymerski, 1991).

Biswas ve McGee tarafından, yarı iletken lazer diyotun doğrusal olmayan teorik bir modelinin analizleri için Volterra transfer fonksiyonları hesaplanarak analizler elde edilmiştir (Biswas & McGee, 1991). Tomlinson ve arkadaşları tarafından, doğrusal olmayan osilatörün çıkış cevabı, Volterra serileri kullanılarak frekans cevabı fonksiyonlarının toplamı olarak ele alınmıştır (Tomlinson, Manson, & Lee, 1996). Worden ve arkadaşları tarafından, harmonik irdeleme metodu için Volterra Serileri yapısı kullanılarak çok giriş ve çok çıkışlı doğrusal olmayan sistemlerin ait frekans cevabı fonksiyonlarını sonuç verecek şekilde genişletilmiştir (Worden, Manson, & Tomlinson, 1997).

Billings ve Lang tarafından Volterra serileri analizinde kullanılacak ve kullanılmayacak terimlerin belirlenmesi için bir algoritma geliştirmiş ve bir simülasyonla gösterilmiştir (S. A. Billings & Lang, 1997). Petkovska ve Dos tarafından, adsorbsiyon sistemlerinin doğrusal olmayan frekans cevabı Volterra serileri kullanılarak hesaplanan yüksek dereceli frekans cevabı fonksiyonlarıyla sonuç vermiştir (Petkovska & Do, 1998). Chatterjee ve Vyas Volterra Serileri yöntemini kullanarak doğrusal olmayan sistem cevaplarının yakınsama limitlerinin belirlenmesi için bir çalışma gerçekleştirmişlerdir (Chatterjee & Vyas, 2000). Swain ve Billings tarafından, doğrusal olmayan çok giriş çok çıkışlı sistemlere ait frekans cevaplarının elde edilmesinde Volterra serileri kullanılmıştır (Swain & Billings, 2001).

Bui ve arkadaşları tarafından, manyetik rezonans görüntüleme işleminde duyarlılık hatalarından dolayı oluşan doğrusal olmayan bozulmaların modellenmesi ve analizi için Volterra serileri yaklaşımı ve ardından karşılaşılan bozulmaları düzeltmek için ikinci derece Volterra serileri kullanılmıştır (Bui, Li, Bott, & Mintchev, 2001). Brenner ve Xu yüksek dereceli Volterra sistemlerinin modellenmesi ve kararlılık analizi için çarpanlara ayırma temelli bir yöntem ortaya koymuşlardır (Brenner & Xu, 2002).

Chatterjee ve Vyas tarafından yüksek dereceli harmoniklerin en iyi biçimde belirlenebilmesi için, Volterra kernellerinin kendini çağıran fonksiyonlarla işlendiği yeni bir parametre ile frekans değerlerinin ve sınır gerilim değerlerinin iyi sonuç

verdiği bir bir Duffing osilatörünün sayısal simülasyonu ile karşılaştırılarak görülmüştür (Chatterjee & Vyas, 2003). Yine Chatterjee ve Vyas tarafından çok girişli Volterra Serileri ile bir sistemin çoklu harmonik giriş altında cevap yapısı geliştirilmiştir (Chatterjee & Vyas, 2004).

Chadwick ve arkadaşları tarafından, ayırık zamanlı doğrusal olmayan sistemlerin frekans cevabı için Volterra Serileri kullanılmıştır ve hızlı örneklenmiş doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesi ve analizi için yeni bir yöntem sunulmuştur (Chadwick, Kadiramanathan, & Billings, 2006). Lang ve arkadaşları tarafından polinom yapıdaki diferansiyel denklem ile tanımlanan doğrusal olmayan bir sistemin frekans cevabı ile sistem parametreleri arasında bir ilişki olup olmadığı Volterra Serileri kullanılarak sunulmuştur (Peng & Lang, 2007).

Peyton Jones ise ortaya koyduğu basitleştirilmiş bir algoritma ile frekans cevap fonksiyonlarını doğrudan elde etmiştir (Peyton Jones, 2007). Masugi ve Takuma tarafından, IP ağlar üzerinden video paket iletiminin doğrusal olmayan analizinde Volterra serileri kullanılmıştır (Masugi & Takuma, 2007). Helie ve Rose tarafından, telli enstrümanların doğrusal olmayan modelleri Volterra serileri kullanılarak simüle edilmiş ve modellemeleri yapılmıştır (Hélie & Roze, 2008). Jing ve arkadaşları doğrusal olmayan çıkış terimleri içeren ve doğrusal olmayan bir durum denklemini doğrusal olmayan Volterra sistemleri için sistem frekans cevabı fonksiyonları ve karakteristikleri geliştirilmiş ve tartışılmıştır (X. J. Jing, Lang, & Billings, 2008).

Peng ve Lang tarafından çıkış frekans cevabı fonksiyonları Volterra Serileri teorisi kullanılarak doğrusal olmayan sistemlerin frekans analizi için kullanılmak üzere sunulmuştur (Peng, Lang, Billings, & Tomlinson, 2008). Jing ve Lang, Narx (nonlinear autoregressive with exogenous input) modeli ile tanımlanan Volterra sistemleri için genelleştirilmiş frekans cevabı fonksiyonlarının parametrik karakteristiklerini kullanan yeni bir gösterim fonksiyonu geliştirilmiştir (X. Jing & Lang, 2009). Li ve Billings tarafından, dördüncü derece doğrusal olmayan sertlik içeren sistemlerin frekans analizleri için Volterra Serisini incelenmiştir (X. J. Jing,

Lang, & Billings, 2010). Jing ve arkadaşları tarafından, Volterra Serileri kullanılarak analiz edilebilen doğrusal olmayan sistemlerin çıkış frekans özellikleri araştırılmıştır (X. J. Jing vd., 2010). Li ve Billings tarafından, Volterra serileri temelli cebirsel bir frekans boyutu metodu geliştirmişlerdir (Li & Billings, 2012).

Manson ve arkadaşları tarafından, doğrusal olmayan sistemlerdeki karşılıklı kırılması olan davranışı Volterra serileri kullanılarak yüksek dereceli frekans cevabını fonksiyonlarını elde etmişlerdir (Manson, Worden, & Wood, 2012). Guo ve arkadaşları tarafından belirli koşullardaki yarı doğrusal başlangıç değer problemlerinin Volterra seri kullanılarak çözülebileceği sunulmuştur (Guo, Guo, Billings, Coca, & Lang, 2013).

Kaçar ve Çankaya Volterra serileri yönteminin üzerinde çalışarak, yöntemin web tabanlı olarak yaygınlaştırılmasını sağlamıştır (Sezgin Kacar & Cankaya, 2012). Daha sonra Kaçar ve arkadaşları bu yöntemin yüksek dereceli Doğrusal olmayan sistemlerde uzun işlem süresini azaltmak için daha hızlı bir hesaplama algoritması geliştirmiş ve bu yeni algoritma paralel hesaplama yöntemlerine uygunlaştırılarak, yüksek dereceli DOS'ların frekans analizinin çok daha hızlı biçimde gerçekleştirilmesi sağlanmıştır (S. Kacar, Cankaya, & Boz, 2014).

Söz konusu Frekans Cevabı Fonksiyonları yöntemi çok geniş bir uygulama alanına sahip olmakla birlikte, sahip olduğu çok boyutlu yapı nedeniyle görselleştirme ve yorumlama problemlerine sahiptir. Bu problemin ortadan kaldırılması için Tanımlama Fonksiyonları (TF) yöntemi önerilmiştir (S. A. Billings & Peyton Jones, 1990; Jones & Billings, 1991).

Volterra Serileri temelli TF yöntemi ile ilgili olarak, ilk aşamada FCF ile TF arasındaki bağlantı tanımlanmıştır (S. A. Billings & Peyton Jones, 1990; Jones & Billings, 1991). Sonrasında diferansiyel denklemler ve fark denklemleri ile tanımlanan DOS'ların frekans boyutunda modellenmesi ve analizi için Volterra Serileri temelli TF yönteminin kullanımı bir algoritma halinde ortaya konmuştur (Peyton Jones, 1995).

Bu sayede Frekans Cevabı Fonksiyonları yöntemindeki çok boyutluluktan ileri gelen kullanım zorluğu aşılmıştır.

1.3. Tezde Yapılan Çalışmalar ve Literatüre Katkısı

Bu tez çalışmasında doğrusal olmayan sistemlerin frekans analizinde çok yaygın olarak kullanılan Volterra serileri kullanılarak Tanımlama Fonksiyonu üzerinde çalışılmıştır. Volterra serileri, çok boyutlu frekans analizlerinde dezavantaja sahiptir. Giriş sinyali Tanımlama Fonksiyonu modelinde olduğu gibi belirli bir dalga formuyla sınırlandırılırsa Volterra modelinde oluşan dezavantaj engellenebilir ve problem basitleşebilir. Böylelikle frekans analizleri tek bir frekans ve giriş sinyalleri üzerinde olacağı için analizlerin yorumlanması daha verimli olacaktır.

Analitik Tanımlama Fonksiyonu için arayüz, daha kullanılabilir bir yapıya kavuştu. Ayrıca yöntemin yaygınlaştırılmasına katkı sunuldu. Farklı doğrusal olmayan sistem modellerinin simulinkte frekans analizleri gerçekleştirildi. Ayrıca farklı doğrusal olmayan sistemlerin analog elektronik devre tasarımları tasarlandı. Analog elektronik devreler kullanılarak simülasyon sonuçları elde edildi. Tasarlanan arayüz ile hesaplanan frekans cevabı sonuçları ile simülasyon sonuçları karşılaştırılarak Tanımlama Fonksiyonunun geçerliliği gösterildi.

Bu amaçlar doğrultusunda tezin İkinci Bölüm'ünde Volterra serileri tanıtılmış sonrasında Volterra serileri temelli Tanımlama Fonksiyonu anlatılmış ve bir örnek uygulama yapılmıştır.

Üçüncü Bölüm'de ise Volterra serileri temelli Tanımlama fonksiyonu için grafik kullanıcı arayüzü tasarlanmış ve bu Arayüz tanıtılmıştır. Ayrıca Arayüzde bir örnek uygulama yapılmıştır.

Dördüncü Bölüm'de bu tez çalışmasında kullanılan doğrusal olmayan sistemler tanıtılmış, sistemlerin frekans analizlerini elde etmek için Matlab Simulink ve Pspice platformları hakkında bilgi verilmiştir. Bu platformlarda frekans cevabının nasıl

bulunacağı gösterilmiştir. Sonrasında kullanılan 3 doğrusal olmayan sistemin Matlab Simulink ve Pspice platformlarında frekans cevapları bulunmuş ve grafikleri verilmiştir. Tanımlama Fonksiyonu kullanmak için tasarlanan arayüzde de frekans cevapları bulunarak, diğer platformlardan elde edilen sonuçlar grafiksel olarak karşılaştırılmıştır.

Tezin Beşinci Bölümü ise Sonuçlar ve Önerileri içermektedir.



BÖLÜM 2. VOLTERRA SERİLERİ TEMELLİ TANIMLAMA FONKSİYONU

2.1. Volterra Serileri

Tek giriş ve tek çıkış içeren sistemlerde, giriş ile çıkış arasındaki bağlantı Eşitlik 1'deki gibi Volterra fonksiyonel serileri (Volterra, 1930) ile tanımlanabilir;

$$y(t) = \sum_{n=1}^N y_n(t) \quad (2.1)$$

Eşitlik 2.1'de bulunan $y_n(t)$ ifadesi n adet alt sistem çıkışı, $y(t)$ ifadesi ise bu alt çıkışların toplamı anlamına gelmektedir. N adet alt sistemin hepsine $u(t)$ giriş sinyali uygulanır. Bu alt sistemlerin $y_n(t)$ çıkışı Eşitlik 2.2'deki gibi ifade edilebilir;

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n u(t - \tau_i) d\tau_i, \quad n > 0 \quad (2.2)$$

Eşitlik 2.2'de terimi sistemin n . derece anlık darbe cevabını ifade etmektedir. Yüksek dereceli Frekans Cevabı Fonksiyonlarında giriş frekanslarının sırası önemli bir sorun oluşturmaktadır. Bu sorunu ortadan kaldırmak için “simetrik” frekans cevabı kullanılır. Simetrik frekans cevabı giriş frekanslarının sırasından bağımsız olup, şeklinde gösterilir ve sistem analizinin daha doğru bir şekilde yapılmasını sağlar. Asimetrik fonksiyondaki giriş frekans değerlerinin tüm permütasyonları elde edildikten sonra her permütasyona göre asimetrik fonksiyonundan alınan çıkış değerleri toplanarak toplam permütasyona bölünmesiyle elde edilen simetrik fonksiyonun formülüze şekli Eşitlik 2.3'de verilmiştir.

$$H_n^{\text{sym}}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) = \frac{1}{n!} \sum_{\substack{\{\omega_1, \dots, \omega_n\} \text{ setinin} \\ \text{tüm permütasyonları}}} H_n^{\text{asym}}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) \quad (2.3)$$

Simetrik frekans cevabın fonksiyonu hesaplanmasında kullanılan asimetric frekans cevap fonksiyonu Eşitlik 2.4’de verilmiştir. Bu eşitlikte bulunan $H_{n_u}(\cdot)$ terimi sadece giriş bileşeni içeren, $H_{n_y}(\cdot)$ terimi sadece çıkış bileşeni içeren, $H_{n_{uy}}(\cdot)$ terimi ise hem giriş hem çıkış bileşeni içeren doğrusal olmayan terimlerdir (Kaçar & Çankaya, 2010).

$$H_n^{\text{asym}}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) = - \left[\begin{array}{l} H_{n_u}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) \\ + H_{n_y}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) \\ + H_{n_{uy}}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) \end{array} \right] / \sum_{l_1=0}^L c_{1,0}(l_1) (j\omega_1 + j\omega_2 + \dots + j\omega_n)^{l_1} \quad (2.4)$$

Eşitlik 2.4’de asimetric frekans cevap fonksiyonunun hesaplanmasında kullanılan $H_{n_u}(\cdot)$, $H_{n_y}(\cdot)$, $H_{n_{uy}}(\cdot)$ terimlerinin denklemleri Eşitlik 2.5, 2.6 ve 2.7’de gösterilmektedir.

$$H_{n_u}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) = \sum_{l_1, l_n=0}^L c_{0,n}(l_1, l_2, \dots, l_n) \prod_{i=1}^n (j\omega_i)^{l_i} \quad (2.5)$$

$$H_{n_y}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) = \sum_{q=1}^{n-1} \sum_{p=1}^{n-q} \sum_{l_1, l_n=0}^L c_{p,q}(l_1, l_2, \dots, l_{p+q}) H_{n-q,p}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_{n-q}) \prod_{i=n-q+1}^{p+q} (j\omega_i)^{l_i} \quad (2.6)$$

$$H_{n_{uy}}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) = \sum_{p=2}^n \sum_{l_1, l_n=0}^L c_{p,0}(l_1, l_2, \dots, l_p) H_{n,p}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) \quad (2.7)$$

Eşitlik 2.5’de bulunan sadece giriş bileşeni içeren terim, kendi doğrusal olmama derecesindeki frekans cevap fonksiyonuna etki ettiği ifade edilebilir. Eşitlik 2.6 ve 2.7’de bulunan çıkış bileşen içeren terimler ise n. derece Frekans cevap fonksiyonuna

yaptıkları etkiler $H_{n,p}(\cdot)$ ile gösterilen fonksiyon kullanılarak belirlenmektedir ve bu fonksiyon Eşitlik 2.8 kullanılarak hesaplanmaktadır (S. Kacar vd., 2014). Bu fonksiyon analiz edildiğinde kendini çağıran yapıdaki bir algoritma olduğu anlaşılmaktadır (S. A. Billings & Peyton Jones, 1990). Eşitlik 2.8 ve 2.9 ile gösterilen fonksiyon kendini çağıran bir yapıda olduğundan özellikle yüksek dereceli fonksiyonların elde edilmesinde oldukça fazla işlem yükü oluşturmaktadır (Kaçar & Çankaya, 2010, s. 201).

$$H_{n,p}^{\text{asym}}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) = \sum_{i=1}^{n-p+1} H_i(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_i) H_{n-i,p-1}(j\omega_{i+1}, j\omega_{i+2}, \dots, j\omega_n) (j\omega_1 + j\omega_2 + \dots + j\omega_i)^{1p} \quad (2.8)$$

$$H_{n,1}^{\text{asym}}(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) = H_n(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) (j\omega_1 + j\omega_2 + \dots + j\omega_n)^{1p} \quad (2.9)$$

Volterra serileri genel bir kullanıma sahip olması bir avantaj olarak gözükmektedir. Buna karşın yüksek dereceli sistemlerde sonuçların çok boyutlu olarak elde edilmesi ve gösterimde yaşanan problemler karşımıza büyük bir dezavantaj olarak çıkmaktadır. Volterra serileri analizinde n.derece Frekans cevap fonksiyonlarında n adet derece olması ve n boyutlu analizi verimli bir grafik analizi sağlamamaktadır. Bu nedenle tek frekans kullanılarak yapılan Volterra serileri temelli Tanımlama Fonksiyonu kullanılmaktadır.

2.2. Genelleştirilmiş Tanımlama Fonksiyonlarının Elde Edilmesi

Volterra Serilerini temel alan Tanımlama Fonksiyonlarının elde edilmesi yöntemi Peyton Jones ve Billings tarafından yapılan çalışmada ayrıntılı olarak açıklanmış ve bu tez çalışmasında referans kaynak olarak bu çalışma kullanılmıştır.

Volterra modelinin çok boyutluluğu, n sayıdaki herhangi genel ve bağımsız, frekans bileşenleri arasındaki etkiyi karakterize eden bir mekanizma olarak ortaya çıkar. Eğer girişin frekans bileşeni herhangi bir yolla tespit edilirse, bunların mümkün olan frekans

bileşenleri arasındaki tesirlerinin tamamı önceden tanımlanır ve sadece giriş genliği geride kalır. Tespit edilmiş dalga formu için aynı frekanstaki giriş ve çıkış bileşenleri aşağıda verilen denklemle ifade edilebilir (Eşitlik 2.10),

$$Y(j\omega) = N(A, j\omega)AU(j\omega) \quad (2.10)$$

Burada bildiğimiz doğrusal transfer fonksiyonu $H(j\omega)$ 'nın yerine genlik bağımlı "Tanımlama Fonksiyonu" $N(A, j\omega)$ kullanılmıştır. Eşitlik 2.11'de tek sinüs girişi için n. derece TF hesaplanması görülmektedir.

$$N_n(A, j\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{i(i-2)(i-4)\dots(3)}{(i+1)(i-1)(i-3)\dots(4)} A^{i-1} H_i^{\text{sym}}(j\omega_1, \dots, j\omega_n) \quad (2.11)$$

Eşitlik 2.11'de n hesaplanacak TF'nin derecesi olmak üzere, paydaki değer 3, paydadaki ise 4 olana kadar eksiltme işlemi yapılarak katsayı belirlenir. Burada A uygulanan sinüs girişinin genliğidir.

Örnek olarak n=7 için katsayı Eşitlik 2.12'deki gibi hesaplanır.

$$\text{Katsayı} = \frac{7 \times 5 \times 3}{8 \times 6 \times 4} A^6 = \frac{35}{64} A^6 \quad (2.12)$$

Sonuç olarak n.derece TF hesaplanması için kullanılacak formül açık şekilde Eşitlik 2.13'deki gibi verilebilir.

$$N(A, jw_1) = H_1(jw_1) + \frac{3}{4} A^2 H_3^{\text{sym}}(jw_1, jw_1, -jw_1) + \frac{5}{8} A^4 H_5^{\text{sym}}(jw_1, jw_1, jw_1, -jw_1, -jw_1) + \frac{35}{64} A^6 H_7^{\text{sym}}(jw_1, jw_1, jw_1, jw_1, -jw_1, -jw_1, -jw_1) + \dots \quad (2.13)$$

2.3. Örnek Uygulama

Bu başlıkta sistem modeli üzerinden istenen derecedeki TF'nin elde edilebilmesini göstermek amacıyla Eşitlik 2.14'deki sistem modeli kullanılarak 3.derece Tanımlama Fonksiyonun hesaplanması anlatılmıştır. İlk olarak Eşitlik 2.11'e göre $H_1^{\text{sym}}(\cdot)$ ve $H_3^{\text{sym}}(\cdot)$ hesaplanması gerekmektedir.

$$y''(t) + 0.18y'(t) + 27.8562y(t) + 0.096y'(t)^3 + 19.9047y(t)^3 - u(t) = 0 \quad (2.14)$$

Hesaplanacak her FCF için Eşitlik 2.14'deki model parametreleri ile Eşitlik 2.5, 2.6 ve 2.7 kullanılarak $H_{n_u}(\cdot)$, $H_{n_y}(\cdot)$ ve $H_{n_{uy}}(\cdot)$ ile ifade edilen fonksiyonların FCF'ye yaptıkları katkılar hesaplanmalıdır. Buna göre $H_1^{\text{sym}}(\cdot)$ fonksiyonuna katkı yapan sadece giriş bileşeni olabileceğinden Eşitlik 2.5'in kullanılması sonucu Eşitlik 2.15'deki ifade elde edilmiştir. Eşitlik 2.6 ve 2.7 çıkış bileşeni içerdiğinden $H_1^{\text{sym}}(\cdot)$ fonksiyonuna katkı yapamaz ve sonuçları sıfırdır. Sonuç olarak $H_1^{\text{sym}}(\cdot)$ için elde edilen FCF Eşitlik 2.16'da görülmektedir.

$$H_{1_u}(j\omega_1) = \sum_{l_1, l_n=0}^L c_{0,n}(l_1, \dots, l_n) \prod_{i=1}^n (j\omega_1)^{l_i} = -1(j\omega_1)^0 = -1 \quad (2.15)$$

$$H_1^{\text{sym}}(j\omega_1) = -\frac{1}{(j\omega_1)^2 + 0.18j\omega_1 + 27.8562} \quad (2.16)$$

$H_3^{\text{sym}}(\cdot)$ 'nin bulunması için yine Eşitlik 2.5, 2.6 ve 2.7 uygulanarak $\dot{y}(t)^3$ ve $y(t)^3$ terimlerinin 3.derece FCF etkilerinin hesaplanması gerekmektedir.

$\dot{y}(t)^3$ teriminin 3.derece FCF'ye katkısı Eşitlik 2.8 ve 2.9 kullanılarak Eşitlik 2.17'deki gibi elde edilmiştir. Eşitlik 2.17'de ortaya çıkan $H_{2,2}(\cdot)$ ve $H_{1,1}(\cdot)$ fonksiyonlarının hesaplanması ise yine Eşitlik 2.8 ve 2.9 kullanılarak Eşitlik 2.18 ve 2.19'da verilmiştir.

Eşitlik 2.18 ve 2.19, Eşitlik 2.17’de yerine konduğunda Eşitlik 2.20’deki $H_{3,3}(\cdot)$ sonucu elde edilmektedir.

$$H_{3,3}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = H_1(j\omega_1).H_{2,2}(j\omega_2, j\omega_3).(j\omega_1) \quad (2.17)$$

$$H_{2,2}(j\omega_2, j\omega_3) = H_1(j\omega_2).H_{1,1}(j\omega_3).(j\omega_2 + j\omega_3) \quad (2.18)$$

$$H_{1,1}(j\omega_3) = H_1(j\omega_3).(j\omega_3) \quad (2.19)$$

$$H_{3,3}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = H_1(j\omega_1).H_1(j\omega_2).H_1(j\omega_3).(j\omega_1).(j\omega_2 + j\omega_3).(j\omega_3) \quad (2.20)$$

Aynı adımlar kullanılarak $y(t)^3$ terimi için hesaplanan fonksiyonlar sırasıyla Eşitlik 2.21, 2.22, 2.23 ve 2.24’da verilmiştir.

$$H_{3,3}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = H_1(j\omega_1).H_{2,2}(j\omega_2, j\omega_3).(j\omega_1)^0 \quad (2.21)$$

$$H_{2,2}(j\omega_2, j\omega_3) = H_1(j\omega_2).H_{1,1}(j\omega_3).(j\omega_2 + j\omega_3)^0 \quad (2.22)$$

$$H_{1,1}(j\omega_3) = H_1(j\omega_3).(j\omega_3)^0 \quad (2.23)$$

$$H_{3,3}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = H_1(j\omega_1).H_1(j\omega_2).H_1(j\omega_3) \quad (2.24)$$

Eşitlik 2.20 ve 2.24’da elde edilen sonuçlar Eşitlik 2.7’de yerine konduğunda Eşitlik 2.25’deki fonksiyon elde edilir.

$$H_{3,y} = 0.096.H_1(j\omega_1).H_1(j\omega_2).H_1(j\omega_3).(j\omega_1).(j\omega_2 + j\omega_3).(j\omega_3) + 19.9047.H_1(j\omega_1).H_1(j\omega_2).H_1(j\omega_3) \quad (2.25)$$

Eşitlik 2.25, Eşitlik 2.4’de yerine konduğunda $H_3^{\text{asym}}(\cdot)$ Eşitlik 2.26’daki gibi elde edilir.

$$H_3^{\text{asym}}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = \frac{[0.096.H_1(j\omega_1).H_1(j\omega_2).H_1(j\omega_3).(j\omega_1).(j\omega_2 + j\omega_3).(j\omega_3) + 19.9047.H_1(j\omega_1).H_1(j\omega_2).H_1(j\omega_3)]}{(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3)^2 + 0.18(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) + 27.8562} \quad (2.26)$$

Elde edilen $H_3^{\text{asym}}(\cdot)$ fonksiyonu 3 farklı giriş harmoniği için elde edilmiştir. Bununla birlikte Tanımlama Fonksiyonlarında tek sinüs girişi uygulandığından Eşitlik 2.26, Eşitlik 2.27'deki gibi düzenlenebilir.

$$H_3^{\text{asym}}(j\omega_1, j\omega_1, -j\omega_1) = \frac{[0.096.H_1(j\omega_1).H_1(j\omega_1).H_1(-j\omega_1).(j\omega_1).(j\omega_1 - j\omega_1).(-j\omega_1) + 19.9047.H_1(j\omega_1).H_1(j\omega_1).H_1(-j\omega_1)]}{(j\omega_1 + j\omega_1 - j\omega_1)^2 + 0.18(j\omega_1 + j\omega_1 - j\omega_1) + 27.8562} \quad (2.27)$$

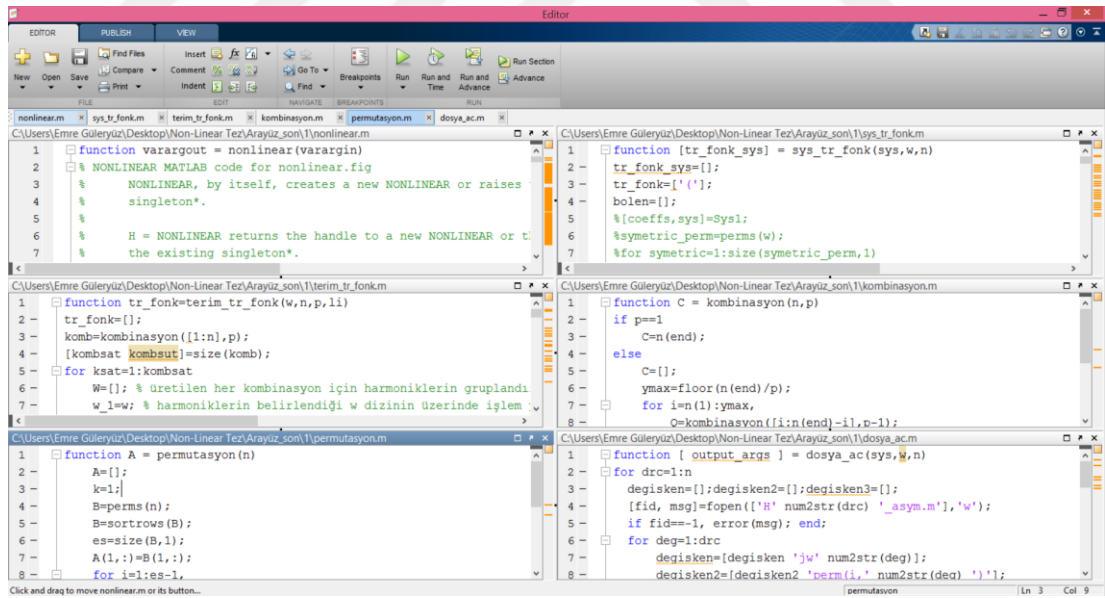
Tanımlama Fonksiyonların hesaplanmasında simetrik FCF'ler kullanıldığından Eşitlik 2.26'ya, Eşitlik 2.3'deki algoritma uygulandığında $H_3^{\text{sym}}(\cdot)$ hesaplanmış olur. Yukarıda elde edilen $H_1^{\text{sym}}(\cdot)$ ve $H_3^{\text{sym}}(\cdot)$ kullanılarak 3.derece Tanımlama Fonksiyonu Eşitlik 2.28'deki gibi hesaplanabilir.

$$N_3(A, j\omega_1) = H_1^{\text{sym}}(j\omega_1) - \frac{3}{4}A^2H_3^{\text{sym}}(j\omega_1, j\omega_1, -j\omega_1) \quad (2.28)$$

BÖLÜM 3. TANIMLAMA FONKSİYONU İLE FREKANS CEVABININ ELDE EDİLMESİ İÇİN ARAYÜZ TASARIMI

3.1. Tasarlanan Arayüzün Tanıtılması

Tez kapsamında TF metodunun kodlanması, kodlanan metodun kolay uygulanabilmesi ve yaygınlaştırılması amacıyla arayüz tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda, raporun “Yöntemler” başlığı altında açıklanan FCF ve TF metodlarının uygulanması için kullanılan algoritmalar 6 farklı MATLAB dosyasında kodlanmıştır. Şekil 3.1’de bu dosyaların bir kısmı tek bir editör penceresinde sunulmuştur.



```
function varargout = nonlinear(varargin)
% NONLINEAR MATLAB code for nonlinear.fig
% NONLINEAR, by itself, creates a new NONLINEAR or raises
% singleton*.
%
% H = NONLINEAR returns the handle to a new NONLINEAR or to
% the existing singleton*.
```

```
function [tr_fonk_sys] = sys_tr_fonk(sys,w,n)
tr_fonk_sys=[];
tr_fonk='(');
bolen=[];
%[coeffs,sys]=Sys1;
%symetric_perm=perms(w);
%for symetric=1:size(symetric_perm,1)
```

```
function tr_fonk=terim_tr_fonk(w,n,p,li)
tr_fonk=[];
komb=kombinasyon(1:n,p);
[kombat,kombaut]=size(komb);
for ksat=1:kombaut
W=[]; % üretilen her kombinasyon için harmoniklerin gruplandırılması
w_l=w; % harmoniklerin belirlendiği w dizinin üzerinde işlem
```

```
function C = kombinasyon(n,p)
if p==1
C=n(end);
else
C=[];
ymax=floor(n(end)/p);
for i=n(1):ymax,
O=kombinasyon([i:n(end)-i],p-1);
```

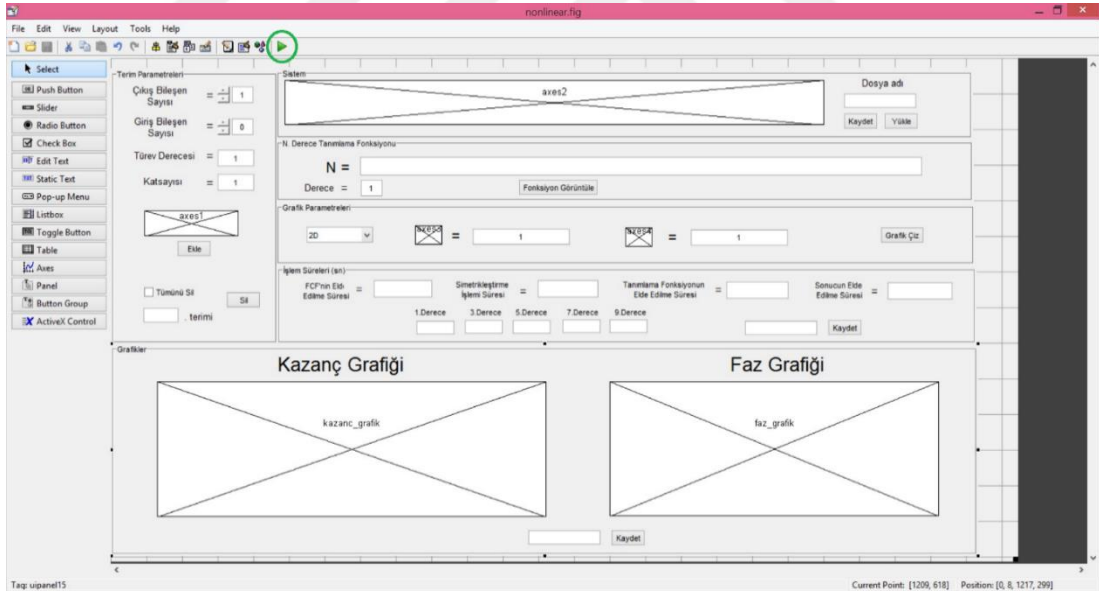
```
function [ output_args ] = dosya_ac(sys,w,n)
for drc=1:n
degisken=[];degisken2=[];degisken3=[];
[fid, msg]=fopen('H' num2str(drc) '_asym.m','w');
if fid==-1, error(msg); end;
for deg=1:drc
degisken=[degisken 'jw' num2str(deg)];
degisken2=[degisken2 'perm(i,' num2str(deg) ')'];
```

```
function A = permutasyon(n)
A=[];
k=1;
B=perms(n);
B=sortrows(B);
es=size(B,1);
A(1,:)=B(1,:);
for i=1:es-1
```

Şekil 3.1. Metodların kullanımı için oluşturulan .m dosyaları ve fonksiyonlar

Şekil 3.1.’de görülen dosyalardan “nonlinear.m” dosyası tasarlanan arayüzde yapılan işlemlerde fonksiyonların çağrıldığı ve arka planda çalışan Kullanıcı Arayüzü (Graphical User Interface – GUI) programıdır. Bu programda hem arayüzün çalışması

sağlanmakta hem de diğer fonksiyonlardan elde edilen sonuçlar anlamlı biçimde bir araya getirilerek istenen derecedeki sembolik TF'ları ve grafiksel sonuçlar sunulmaktadır. "sys_tr_fonk.m" dosyası ise terim_tr_fonk isimli fonksiyondan gelen sonuçları kullanarak tüm sistemin istenen derecedeki TF'si için gerekli FCF'lerini üretir. "terim_tr_fonk.m" dosyasındaki, dosyayla aynı isimli fonksiyon sistemdeki her bir terimin FCF'lere katkısını hesaplar. "kombinasyon.m" ve "permutasyon.m" dosyalarındaki fonksiyonlar ise gerekli FCF algoritması işlenirken yapılması gereken kombinasyon ve permütasyon işlemlerini gerçekleştirir. "dosya_ac.m" dosyası oluşan FCF'lerin istenilen dereceye kadar ayrı ayrı dosyalarda fonksiyonlar halinde kaydedilmesini sağlar. Daha sonra kaydedilen bu FCF'ler gerekli yerlerde çağırılarak istenen sonuçlar elde edilmektedir. Açıklanan tüm bu dosya ve fonksiyonların doğru ve organize bir şekilde kullanılmasını sağlayan "nonlinear.m" dosyasına bağlı olarak çalışan GUI'nin tasarım ekranı Şekil 3.2'de görülmektedir. Bu arayüz çalıştırıldığında ise kullanıcılar Şekil 3.3'deki gibi bir görüntü ile karşılaşmaktadır.



Şekil 3.2. MATLAB GUI ile tasarlanan arayüz



Şekil 3.3. Çalıştırılan arayüz ekranı

Şekil 3.3’deki arayüz altı farklı kısımdan oluşmaktadır. 1 ile gösterilen “Terim Parametreleri” kısmında sistem modelini oluşturan terimler “çıkış bileşen sayısı”, “giriş bileşen sayısı”, “türev derecesi” ve “katsayısı” girilerek terim tanımlanmış olur. Sonrasında “Ekle” butonuna basılarak terim “Sistem Modeli” kısmına eklenir. Silinmek istenen terimin sistem modelindeki sırası “Sil” butonunun yanındaki metin kutusuna yazılıp butona basılırsa istenen terim silinir. Tüm modeli silmek için “Tümünü Sil” seçeneği işaretlenmelidir.

2 ile gösterilen “Sistem” kısmında, tanımlanan model görüntülenir. “Dosya adı” kutusuna bir isim yazılıp “Kaydet” butonuna basılırsa tanımlanan model, .m uzantılı bir dosyada saklanabilir. Yine bu kutuya, kaydedilmiş bir modelin ismi yazılıp “Yükle” butonuna basılırsa önceden kaydedilmiş model programa yüklenir.

3 ile gösterilen “N. Derece Tanımlama Fonksiyonu” kısmında hesaplanması istenen Volterra serileri temelli Tanımlama Fonksiyonun derecesi “Derece” yazısının eşitliğindeki metin kutusuna girilir ve “Fonksiyon Görüntüle” butonuna basıldığında, programda tanımlanmış olan sistem modeline ait n. Dereceye kadar hesaplanan Tanımlama Fonksiyonu üretilerek uzun metin kutusunda görüntülenir.

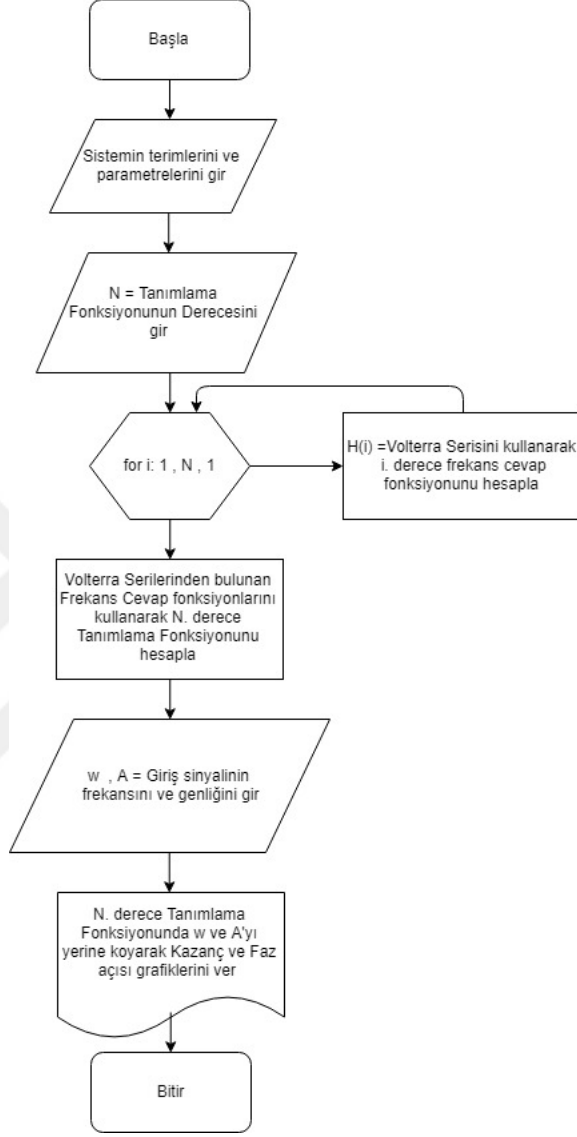
4 ile gösterilen “Grafik Parametreleri” kısmında “2D” ve “3D” seçenekleri bulunmaktadır. “2D” seçiminde w “radyan/sn” cinsinden bir aralık girilerek ve A değeri de eşitliğindeki metin kutusuna yazılarak x-ekseni “w” y-ekseni kazanç ya da faz açısı olacak şekilde grafikler üretilir. “3D” seçiminde ise hem w değeri için bir aralık hem de A değeri için bir aralık girilerek bir boyutu “w”, ikinci boyutu ”A”, üçüncü boyutu kazanç veya faz açısı olacak şekilde grafikler üretilir.

5 ile gösterilen “İşlem süreleri” kısmında TF’lerin elde edilmesi için yapılan işlemlere ait sürelerin belirlenmesi sağlanmaktadır. Bu kısımda, gerekli FCF’lerin elde edilme süreleri, elde edilen Asimetrik FCF’lerin simetrikleştirme süreleri, simetrikleştirme sona erdikten sonra Tanımlama Fonksiyonun hesaplanma süresi ve sonucun elde edilme süresi olmak üzere işlemler sırasında harcanan süreler verilmektedir. Aynı zamanda simetrikleştirme bittikten sonra girilen dereceye kadar olan asimetrik FCF’lerin simetrikleştirilmesinin her dereceye ait süreleri de verilmektedir. Bu süreleri kaydedebilecek şekilde “sure_dosya_adi” yazan metin kutusuna bir metin girip “kaydet butonuna basıldığında “Current Folder”da süreleri veren bir “.m” uzantılı dosya oluşmaktadır.

6 ile gösterilen “Grafikler” kısmında Kazanç ve Faz açıları grafikleri bulunmaktadır. “Grafik parametreleri” kısmında seçilen boyuta ve girilen “w” ile “A” değerlerine göre “grafik çiz” butonuna basıldığında üretilen grafikler burada gösterilir. Aynı zamanda “grafik_dosya_adi” yazan metin kutusuna bir metin girilip “kaydet” butonuna basıldığında grafikleri çizilen TF, parametre değerleri ve grafikler “.m” uzantılı bir dosyaya kaydedilir.

Tasarlanan Arayüzün çalışmasını anlatan akış diyagramı Şekil 3.4’de verilmiştir. Öncelikle doğrusal olmayan sistemin terimleri ve parametreleri girilir. Sonrasında Tanımlama Fonksiyonunun hesaplanması istenen derecesi girilir. Birinci dereceden girilen dereceye Volterra serileri kullanılarak her derecenin simetrik frekans cevapları hesaplanır. Hesaplanan Frekans cevapları kullanılarak istenen derecede Tanımlama fonksiyonu sembolik olarak elde edilir. Kazanç grafiği ve Faz grafiklerinde sonuç elde

etmek için giriş sinyalinin frekans aralığı ve genliği girilerek, grafiksel olarak frekans analizi yapılmış olur.

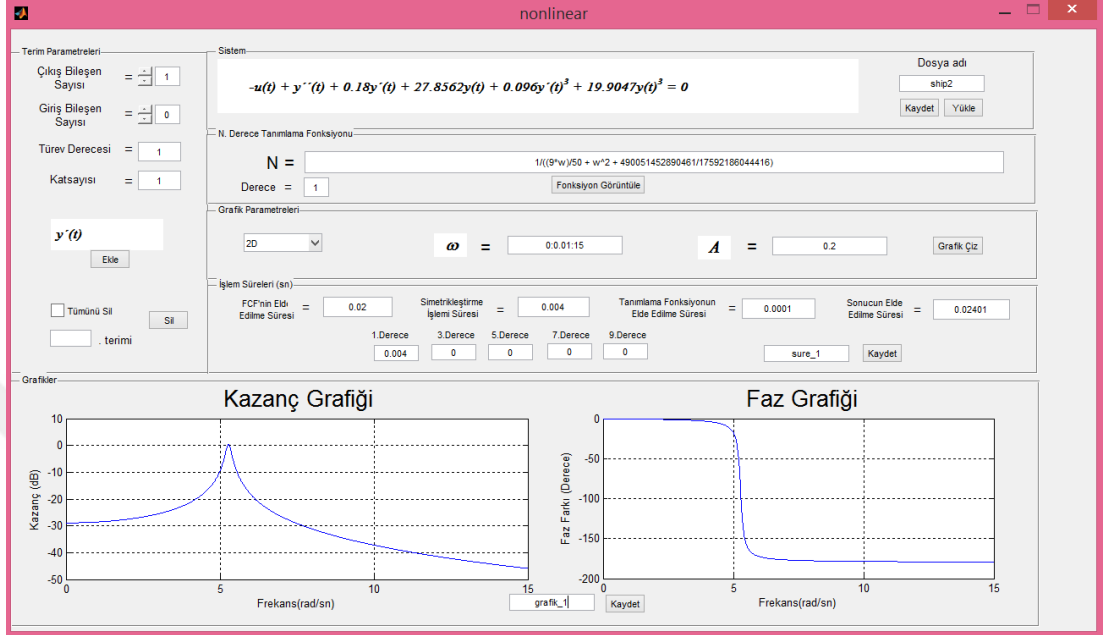


Şekil 3.4. Tasarlanan arayüzün akış diyagramı

3.2. Tasarlanan Arayüzde Örnek Uygulama

Şekil 3.5’de görülen örnek uygulamada Eşitlik 2.14’de verilen örnek doğrusal olmayan sistem modeli için 1. derece TF’nin, hesaplama sürelerinin ve grafiksel sonuçların elde edilmesi gerçekleştirilmiştir. Bu uygulama ayrıca Şekil 3.6’da görülen birinci derece FCF’ye ait simetrik “H1.m” ve asimetrik “H1_asym.m” fonksiyon

dosyaları, analizi gerçekleştirilen sistem modelinin parametrelerini içeren “ship2.m” dosyası, elde edilen TF ile frekans cevabını hesaplayıp grafikleri çizdiren “grafik_1.m” dosyası ve süreleri kaydeden ”sure_1.m” dosyası üretilir.

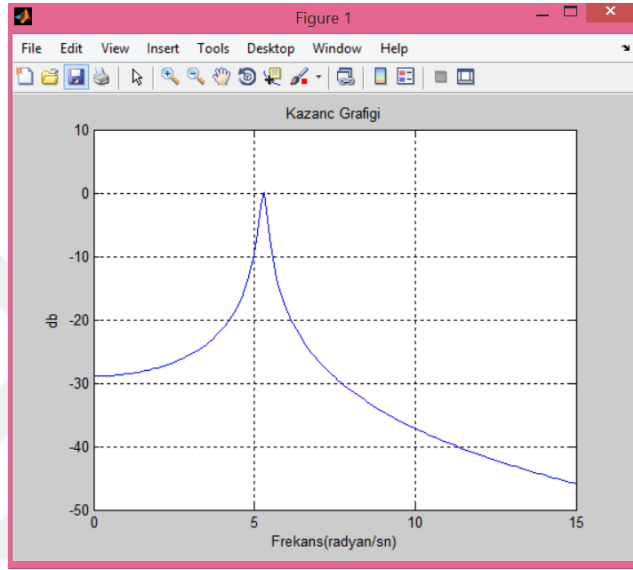


Şekil 3.5. Örnek sisteme ait birinci derece TF için arayüz ile sonuçların elde edilmesi

The screenshot shows the MATLAB Editor with three files open: 'sure_1.m', 'H1.m', and 'ship2.m'. The 'sure_1.m' file contains parameters for the simulation, such as 'fcf_sure=0.17209;', 's1_sure=0.0092044;', and 'sonuc_sure=0.18132;'. The 'H1.m' file defines a function 'function [sonuc]= H1(jw1)' that calculates the system response. The 'ship2.m' file defines a function 'function terimler=ship2()' that sets up the system parameters and plots the frequency response.

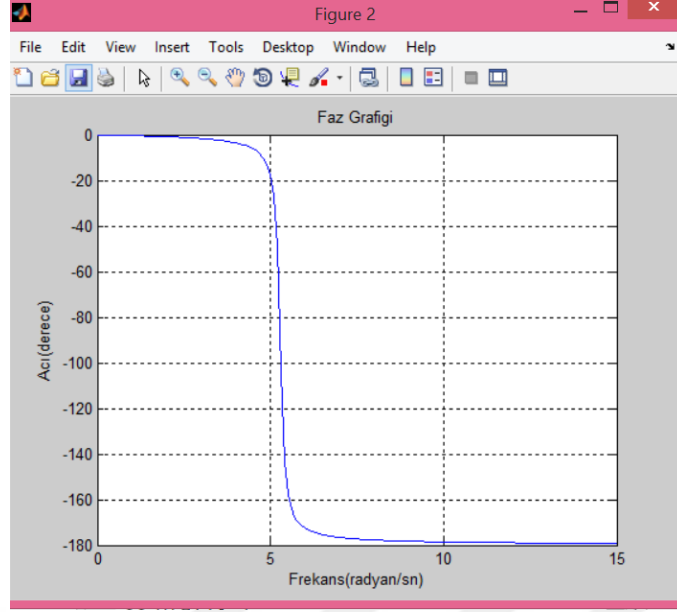
Şekil 3.6. Üretilen fonksiyon dosyaları

Arayüz ile istenen TF elde edildikten ve grafik parametrelerini kaydeden dosya üretildikten sonra grafikler çizdirilir. Şekil 3.7’de elde edilen kazanç grafiği görülmektedir. Grafiğin x-ekseni “radyan/sn” cinsinden açısal frekans, y-ekseni ise dB cinsinden kazançtır. Kazanç grafiği incelendiğinde rezonans frekansının sistem parametreleri ile uyumlu olarak yaklaşık 5,3 rad/sn civarında olduğu ve farklı frekanslarda uygulanan giriş sinyalini oldukça fazla zayıflattığı görülmektedir.



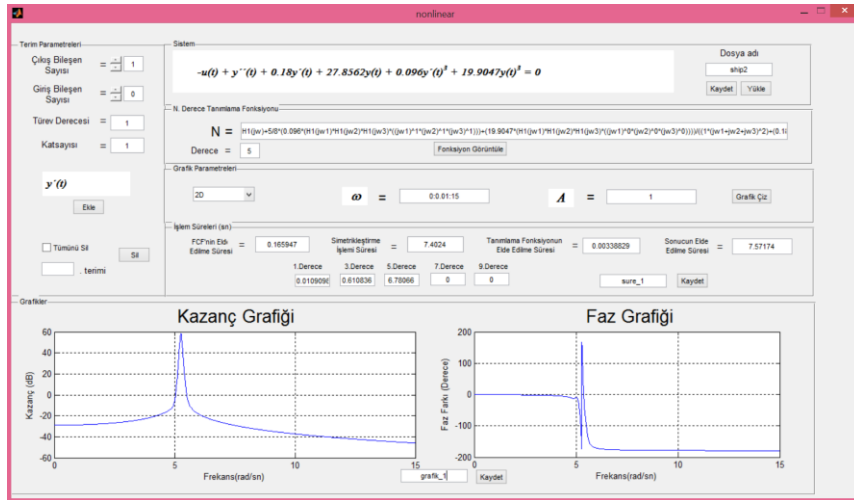
Şekil 3.7. Kazanç-Frekans grafiği

Şekil 3.8’de elde edilen faz grafiği görülmektedir. Bu grafiğin x-ekseni “radyan/sn” cinsinde açısal frekans, y-ekseni ise derece cinsinden faz açılarıdır. Bu uygulamada faz farkının 0° ile -180° arasında değiştiği görülmektedir.



Şekil 3.8. Faz açısı-Frekans grafiği

Şekil 3.9'da örnek sisteme ait beşinci derece TF için elde edilen sonuçlar görülmektedir. Hesaplanan TF'nin oldukça uzun bir fonksiyon olmasına karşın, sembolik olarak elde edilme süresi yaklaşık olarak 0,002 saniye olarak belirlenmiştir. Buna karşın sayısal sonuçların hesaplanması için gerekli simetrikleştirme işlemi verilen frekans aralığı için yaklaşık 110 saniye sürmektedir. Bu durumda metodun uygulanması ve sonuçların elde edilmesi için geçen sürenin tamamına yakın bir bölümü simetrikleştirme işleminde harcanmaktadır. Bu nedenle metodun hızlandırılması için simetrikleştirme işlemi üzerinde durulması gerekmektedir.



Şekil 3.9. Beşinci derece TF elde edilmesi

BÖLÜM 4. TASARLANAN ARAYÜZ İLE ELDE EDİLEN SONUÇLARIN FARKLI PLATFORMLARDA DOĞRULANMASI

Bu bölümde tez çalışmasında kullanılan doğrusal olmayan sistemler ve analizleri yapılacak platformlar tanıtılmış, bu platformlarda kullanılacak doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesi ve frekans analizinin nasıl olacağı gösterilmiş ve farklı platformlarda frekans analizleri elde edilerek karşılaştırmaları yapılmıştır. Bu platformlar Volterra Serileri temelli Tanımlama Fonksiyonunu hesaplamak için bu tez çalışmasının 3.bölümde anlatılan arayüz, analog elektronik devre simülasyon programı Pspice ve blok diyagramlar kullanılarak programlanan Matlab Simulink platformudur.

4.1. Sistemlerin Belirlenmesi

Tasarlanan arayüz, Pspice ve Matlab Simulink platformlarında sonuçları elde etmek ve karşılaştırmak için 3 farklı doğrusal olmayan model belirlenmiştir. Bunlardan ilki, literatürde oldukça yaygın olarak kullanılan ve bir adet kübik sertlik terimi içeren Duffing sistemidir. İkinci olarak Duffing Sisteminden daha farklı olarak kübik sertlik terimi ile birlikte kübik söndürücü terimi içeren bir DOS modeli seçilmiştir. Son olarak ise diğer iki sistemden farklı olarak hem kuadratik hem de kübik terim içeren bir DOS modeli tercih edilmiştir.

Literatürde en çok tercih edilen nümerik yöntemlerden birisi de dördüncü dereceden Runge Kutta (RK4) metodudur. Sayısal analizde Runge-Kutta yöntemleri, adi diferansiyel denklemlerin çözüm yaklaşımları için kapalı ve açık yinelemeli yöntemler ailesinin önemli bir tipidir. Bu yöntem 1900'lü yıllarda C. Runge ve M.W. Kutta adlı

matematikçiler tarafından geliştirilmiştir. Bu çalışmada geliştirilen numerik çözüm algoritması olarak da RK4 yöntemi seçilmiştir.

4.1.1. Duffing sistemi (Sistem 1)

Eşitlik 4.1’de Duffing sistemine ait doğrusal olmayan sistem modeli görülmektedir. Bu model doğrusal olmayan 3. derece kübik sertlik terime sahip ikinci mertebeden diferansiyel bir denklemdir.

$$y''(t) + ay'(t) + by(t) + cy(t)^3 - u(t) = 0 \quad (4.1)$$

En yaygın kullanılan doğrusal olmayan sistemlerden biri olan Duffing sistemi, kübik sertlik yapısıyla birçok sistemi modellemekte kullanıldığından tercih edilmiştir (Cveticanin, 2001; Kovacic & Brennan, 2011). Sistem parametrelerinin $a=0,3$, $b=3$ ve $c=0,5$ olarak belirlendiği görülmektedir. Bu parametre değerleri yerine konulduğunda Eşitlik 4.2’deki sonucu vermektedir.

$$y''(t) + 0.3y'(t) + 3y(t) + 0.5y(t)^3 - u(t) = 0 \quad (4.2)$$

4.1.2. Kübik söndürücü ve kübik sertlik terimi içeren sistem modeli (Sistem 2)

Duffing sistemi sadece sertlik terimi içerdiğinden, söndürücü terim içeren farklı bir sistemin, geliştirilen algoritma ile hesaplamasının, algoritmanın performansının ortaya konması açısından gerekli olduğu düşünülmektedir. Bu sebeple, literatür incelendiğinde söndürücü ve sertlik terimi içeren bir model olarak Eşitlik 4.3’deki doğrusal olmayan gemi modeli tercih edilmiştir (Peyton Jones, 2007).

$$y''(t) + ay'(t) + by(t) + cy'(t)^3 + dy(t)^3 - u(t) = 0 \quad (4.3)$$

Eşitlik 4.3’deki modelde söndürücü ve sertlik olmak üzere iki adet doğrusal olmayan kübik terim bulunmaktadır. Sistem parametreleri $a=0,18$, $b=27,8562$, $c=0,096$ ve

$d=19,9047$ olmak üzere Eşitlik 4.3'de yerine konulduğunda Eşitlik 4.4'deki sonucu vermektedir.

$$y''(t) + 0.18y'(t) + 27.8562y(t) + 0.096y'(t)^3 + 19.9047y(t)^3 - u(t) = 0 \quad (4.4)$$

4.1.3. Kuadratik söndürücü ve kübik sertlik terimleri içeren sistem modeli (Sistem 3)

Farklı derecelerde terim içeren bir sistem modelinin de göz önüne alınmasının, algoritmanın performans değerlendirmesi için önemli olacağı düşünülmektedir. Bu nedenle içerisinde farklı derecelerde hem sertlik hem de söndürücü terim içeren bir modelin belirlenmesi uygun olacaktır. Kuadratik söndürücü ve kübik sertlik terimi içeren sistem Eşitlik 4.5'de gösterilmiştir.

$$y''(t) + ay'(t) + by(t) + cy'(t)^2 + dy(t)^3 - u(t) = 0 \quad (4.5)$$

Sistem parametreleri $a=0,4$, $b=10$, $c=0,2$ ve $d=3$ olmak üzere Eşitlik 4.5'de yerine konulduğunda Eşitlik 4.6'daki sonucu vermektedir.

$$y''(t) + 0.4y'(t) + 10y(t) + 0.2y'(t)^2 + 3y(t)^3 - u(t) = 0 \quad (4.6)$$

4.2. Kullanılacak Simülasyon Ortamları

4.2.1. Matlab simulink

Matlab yani matris laboratuvarı (MATrix LABoratory), Clever Moler tarafından ABD'de 1985 yılında ilk olarak Fortran dili ile geliştirilmiş daha sonraları ise C++ ile geliştirilmiş Mathworks firması ürünüdür bir sayısal analiz programıdır. Matlab programı veri analizleri, programlama ve algoritma geliştirme, modellemeler, sayısal hesaplamalar, grafiklendirmeler, simülasyonlar, yapay zekâ, optimizasyon gibi alanlar kullanılacak şekilde geliştirilmiştir.

Matematik yardımları için parametrik komutlar ve alt programlar geliştiren MATLAB, bu konuda kolaylaştırıcı bir araç durumuna gelmiştir. MATLAB, 10^{-307} ile 10^{-308} hesaplama aralığında işlem yapabilmekte, buna ilaveten oldukça güçlü ve kullanışlı grafik çizim imkânları da sunabilmektedir.

Matlab içinde çok önemli ve görsel bir yazılım ortamı olan Simulink, dinamik sistemler için bloklar kullanılarak bağlanan sinyal yönelimli grafik programlama eklentisidir. Modelde kullanılacak her türlü veri tabanları model içerisine katılır. Simulink sürekli zaman veya ayrık zaman modellemeleri yapılmış doğrusal olmayan sistemleri destekler. Bu eklenti model kurmak için tıkla ve sürükle gibi fare işlemleri kullanan ve Matlab'da kodlar yardımıyla programlanabilen bir grafik kullanıcı arabirimi sağlar. Grafik kullanıcı arabirimi, modelleri sanki bir kâğıda bir kalem ile çiziyormuş gibi kolaylıkla oluşturmayı sağlamaktadır. Doğrusal ve doğrusal olmayan elemanlar, kaynaklar ve bağlantıları içeren geniş bir blok kütüphanesine sahiptir. Ayrıca kullanıcı da kendi bloklarını oluşturabilir.

4.2.2. Pspice

SPICE (Simulation Program for Integrated Circuits Emphasis) elektronik devreleri bilgisayar ortamında simüle etmek için yazılmış bir programdır. PSPICE ise Cadence/Orcad firmasının 1984'de piyasaya sürdüğü Windows tabanında çalışan, bilgisayar destekli tasarım ve simülasyon programıdır. Pspice kütüphanesinde 20,000'den fazla simülasyon modeli içerir. Dünyanın en popüler şematik giriş sistemlerinden biri olan OrCAD Capture ve OrCAD Capture CIS kütüphanelerindeki modelleri kullanarak simülasyon amaçlı şematik tasarımlar oluşturulabilir.

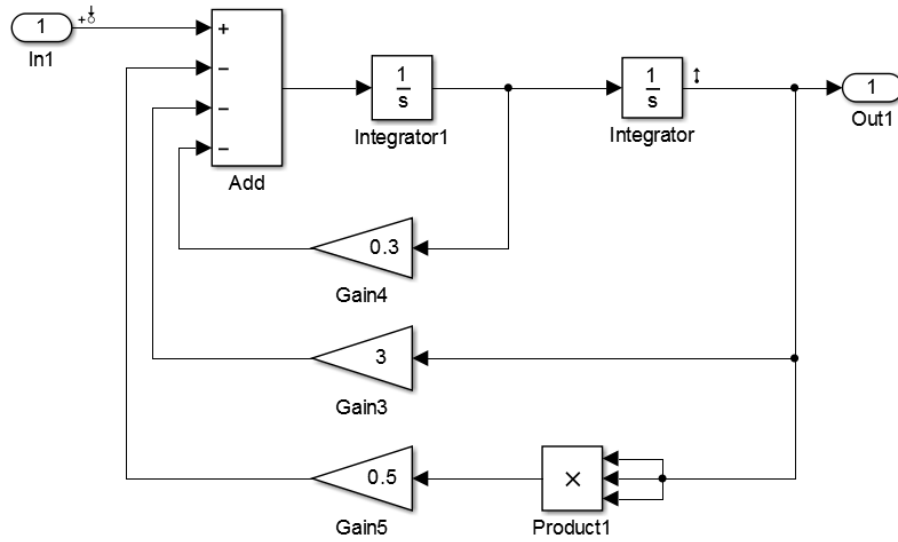
Pspice DC, AC ve Geçici analiz türlerini desteklemektedir. DC analizi zamanla değişmeyen kaynaklar yani sabit durumlu DC kaynaklara sahip olan devreler için, AC analizi farklı frekanslar kaynaklarına sahip olan devreler için, Geçici analiz ise zaman değişkenli kaynakların yani örneğin Sinüzoidal kaynakların sahip olduğu devreler için, düğüm gerilimlerinin ve çevre akımlarının büyüklerini ve faz açılarını anlık ve belli bir frekans aralığında hesaplar. Matematiksel ifade ve fonksiyonları kullanarak

fonksiyonel bloklar oluşturulabilir, Laplace dönüşüm formüllerini kullanarak zaman ve frekans domeninde devre davranışlarını tanımlanabilir.

4.3. Belirlenen Sistemlerin Matlab Simulink Modellerinin Elde Edilmesi

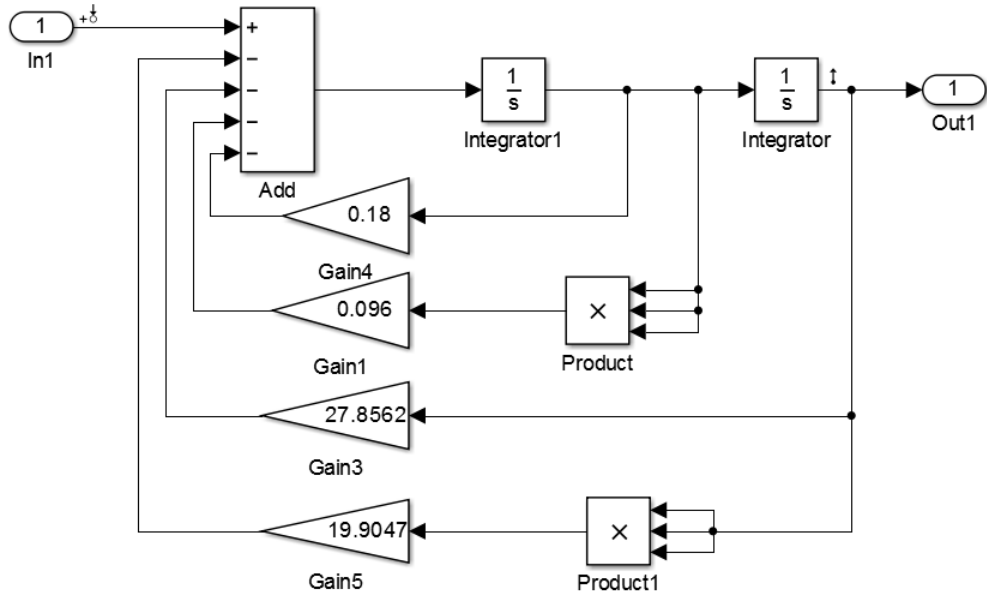
Belirlenen 3 farklı doğrusal olmayan sistemlerin Matlab Simulink modellemeleri için bu platformda bloklardan faydalanılmıştır. Kullanılan bloklar integral için “Integrator” bloğu, katsayılar için “Gain” bloğu, toplama ve çıkarma işlemleri için “Add” bloğu ve çarpma işlemi için “Product” bloğu kullanılmıştır.

Eşitlik 4.2’deki terimler ve katsayılar kullanılarak Sistem 1’in Matlab Simulink modeli Şekil 4.1’de verilmiştir.



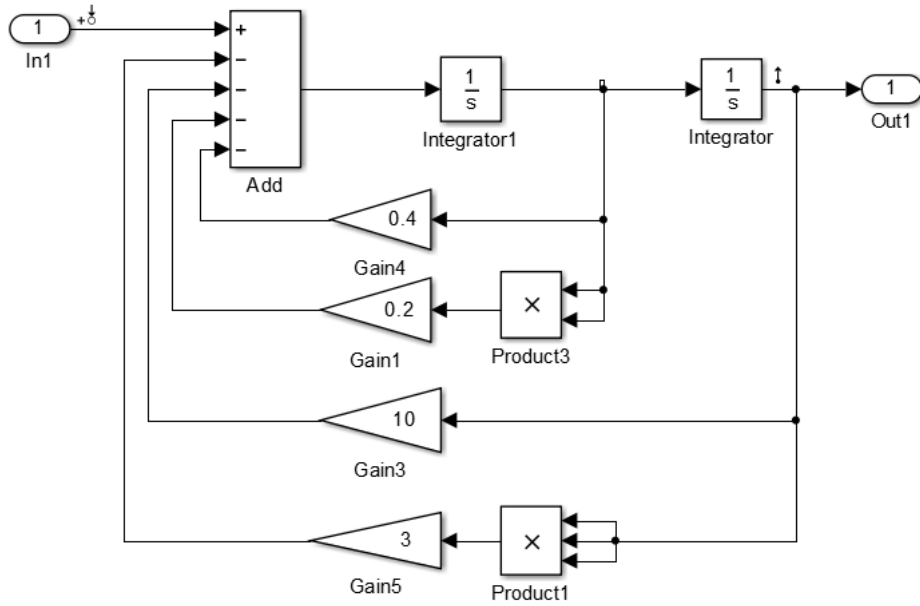
Şekil 4.1. Duffing sisteminin simulink modeli

Eşitlik 4.4’deki terimler ve katsayılar kullanılarak Sistem 2’in Matlab Simulink modeli Şekil 4.2’de verilmiştir.



Şekil 4.2. Kübik söndürücü ve sertlik terimi içeren sistemin simulink modeli

Eşitlik 4.6'daki terimler ve katsayılar kullanılarak Sistem 3'ün Matlab Simulink modeli Şekil 4.3'de verilmiştir.



Şekil 4.3. Kuadratik söndürücü ve kübik sertlik terimleri içeren sistemin simulink modeli

4.4. Belirlenen Sistemlerin Pspice Modellerinin Elde Edilmesi

Belirlenen 3 farklı doğrusal olmayan sistemlerin Pspice modelleri için analog devre elemanları kullanılmıştır. Bunun için öncelikle bu modellemelere uygun hale getirilmiştir.

Eşitlik 4.2 göz önüne alındığında $x=y(t)$, $y=y'(t)$ olduğunda, Eşitlik 4.7 ve Eşitlik 4.8'deki sonuçlar elde edilir.

$$x' = y \quad (4.7)$$

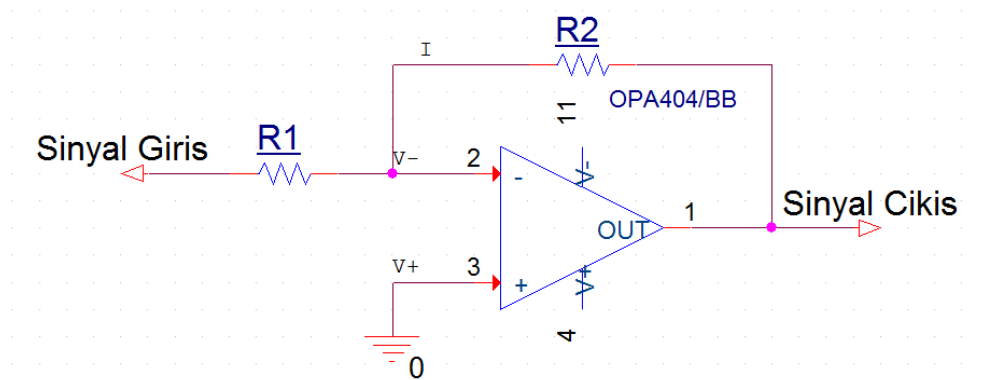
$$y' = u(t) - 0,3y - 0,5x^3 \quad (4.8)$$

Eşitlik 4.7 ve 4.8'e göre tasarlanacak elektronik devrede, integral alıcı, eviren yükselteç, toplayıcı ya da fark alıcı devre ve çarpma entegresi kullanılması gerekir.

4.4.1. Kullanılan elektronik araçlar

4.4.1.1. Eviren yükselteç devresi

Eviren yükselteç devresi, devrenin giriş kısmına verilen gerilimi belli bir katsayı ile çarpan ve tersleyen bir değer olarak çıkış kısmına vermektedir. Bu işlemler için opamp ve direnç kullanılmaktadır.



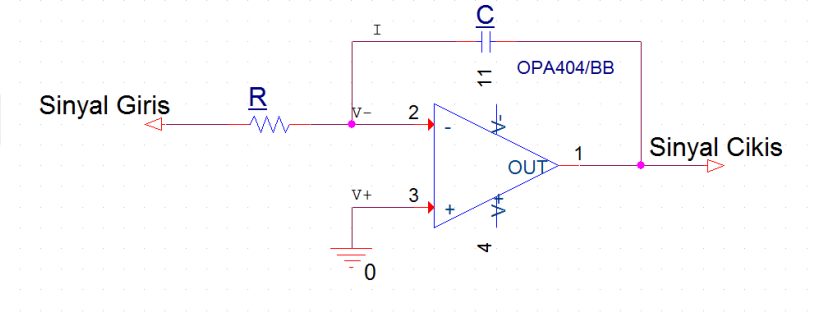
Şekil 4.4. Elektronik elemanlarla gerçekleştirilen eviren yükselteç devresi

Şekil 4.4'deki devrenin akım yönlerine ve opamp özelliklerine göre yapılan işlemler sonucunda Eşitlik 4.9'da elde edilmektedir.

$$V_{\text{çıkıs}} = -\frac{R_2}{R_1} V_{\text{giris}} \quad (4.9)$$

4.4.1.2. İntegral alıcı devre

İntegral alıcı devresi, sistem giriş sinyalinin belli bir değerle çarpılıp integral almasıyla sistem çıkışına verilen sinyal olarak tanımlanır. Bu işlemler için direnç, kondansatör ve opamp kullanılmaktadır.



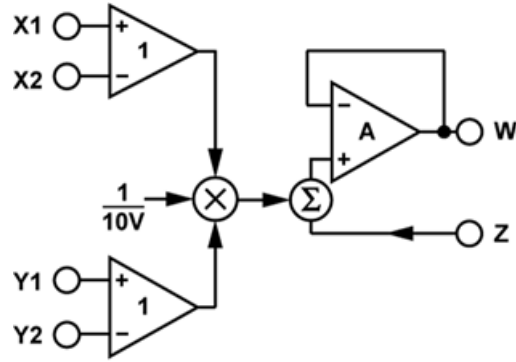
Şekil 4.5. Elektronik elemanlarla gerçekleştirilen integral alıcı devresi

Şekil 4.5'deki devrenin akım yönlerine göre, opamp özelliklerine göre ve kondansatörün yapısına göre yapılan işlemler sonucu Eşitlik 4.10 elde edilmektedir.

$$V_{\text{çıkıs}} = -\int \frac{1}{RC} V_{\text{giris}} dt \quad (4.10)$$

4.4.1.3. Analog çarpma devresi

Analog çarpma devresi için, AD633 entegresi kullanılmıştır. Yapısı Şekil 4.6'te verilmiştir. Çalışma prensibi Eşitlik 4.11'de verilmiştir.



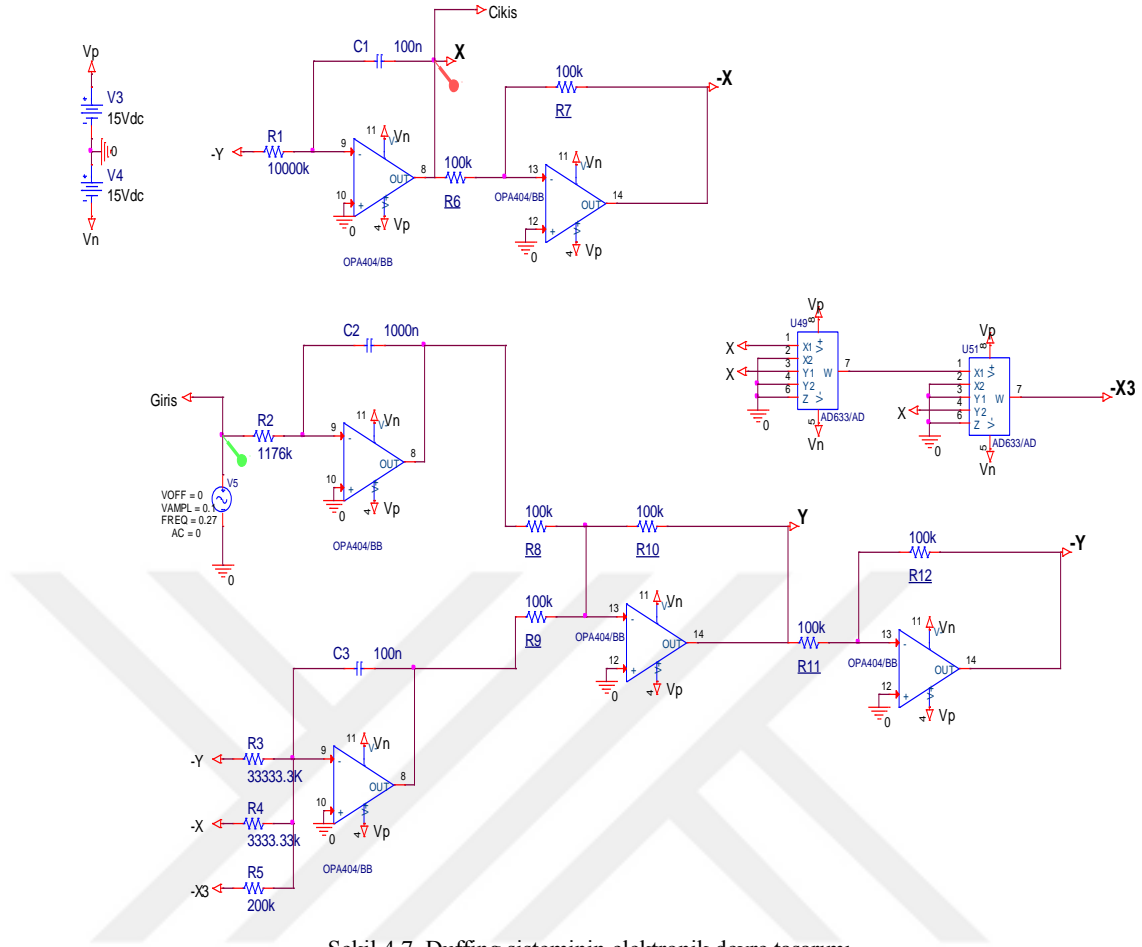
Şekil 4.6. AD633 entegresinin yapısı (Datasheet, AD633)

$$W = \frac{(X1 - X2)(Y1 - Y2)}{10} + Z \quad (4.11)$$

4.4.2. Sistemlerin Pspice Modelleri

4.4.2.1. Sistem 1'in pspice modeli

Modellemeye uygun hale getirilen Duffing sisteminin Eşitlik 4.7 ve 4.8'de verilen denklemlere göre Pspice modelleri Şekil 4.7'de verilmiştir.



Şekil 4.7. Duffing sisteminin elektronik devre tasarımı

Şekil 4.7'deki elektronik devre tasarımında, integral alıcıların kondansatörü $C1=C3=100\text{nF}$ ve $C2=1000\text{nF}$ olarak seçilmiştir. Bu kondansatörlerin değerleri seçildikten sonra $R1$, $R2$, $R3$, $R4$ ve $R5$ direnç hesapları aşağıdaki (Eşitlik 4.12-4.16) gibi yapılmıştır. $R6$, $R7$, $R8$, $R9$, $R10$, $R11$ ve $R12$ eviren yükselteçlerin dirençleri olduğu için eşit seçilmiştir.

$$R1 = \frac{1}{C1} = \frac{1}{10^{-7}} = 10^4 \text{ k}\Omega \quad (4.12)$$

$$R2 = \frac{1}{\omega C2} = \frac{1}{1,7 * \frac{1}{2} * 10^{-6}} = 1176 \text{ k}\Omega \quad (4.13)$$

$$R3 = \frac{1}{0,3 * C3} = \frac{1}{0,3 * 10^{-7}} = 33333,33 \text{ k}\Omega \quad (4.14)$$

$$R4 = \frac{1}{3 * C3} = \frac{1}{3 * 10^{-7}} = 3333,33k\Omega \quad (4.15)$$

$$R5 = \frac{1}{0,5 * 100 * C3} = \frac{1}{0,5 * 100 * 10^{-7}} = 200k\Omega \quad (4.16)$$

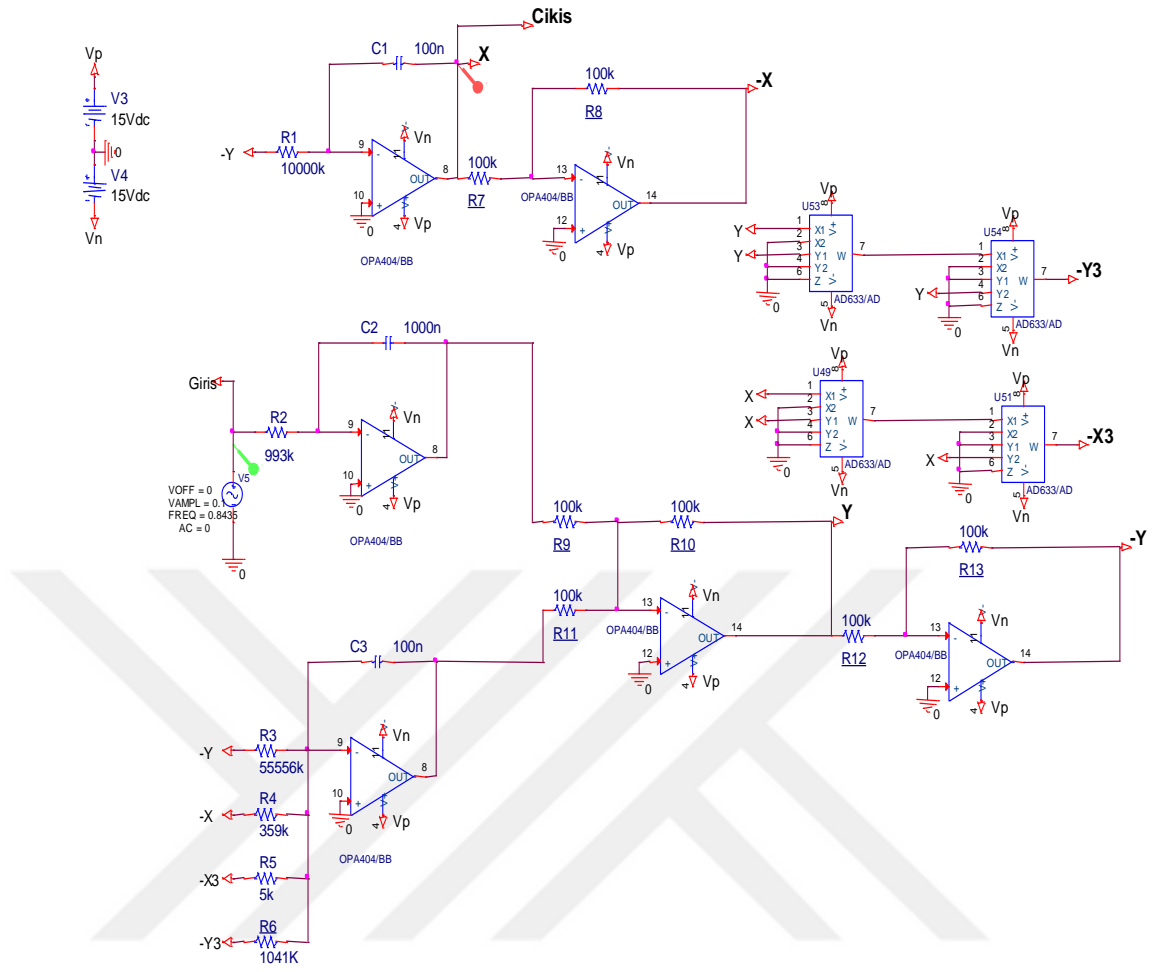
4.4.2.2. Sistem 2'nin pspice modeli

Pspice modelinden önce Eşitlik 4.4'ün modellemeye uygun hale getirilmiştir. Eşitlik 4'de $x=y(t)$, $y=y'(t)$ olduğunda Eşitlik 4.17, 4.18 sonuçları elde edilmiştir.

$$\dot{x} = y \quad (4.17)$$

$$\dot{y} = u(t) - 0,18y - 27,8562x - 0,096y^3 - 19,9047x^3 \quad (4.18)$$

Eşitlik 4.17 ve Eşitlik 4.18 kullanılarak Sistem 2'nin Pspice modeli Şekil 4.8'de verilmiştir.



Şekil 4.8. Sistem 2'nin elektronik devre tasarımı

Şekil 4.8'de ki elektronik devre tasarımında, integral alıcıların kondansatörü $C1=C3=100\text{nF}$ ve $C2=1000\text{nF}$ olarak seçilmiştir. Bu kondansatörlerin değerleri seçildikten sonra $R1$, $R2$, $R3$, $R4$, $R5$ ve $R6$ direnç hesapları aşağıdaki (Eşitlik 4.19-4.24) gibi yapılmıştır. $R7$, $R8$, $R9$, $R10$, $R11$, $R12$ ve $R13$ eviren yükselteçlerin dirençleri olduğu için eşit seçilmiştir.

$$R1 = \frac{1}{C1} = \frac{1}{10^{-7}} = 10^4 \text{ k}\Omega \quad (4.19)$$

$$R2 = \frac{1}{\omega C2} = \frac{1}{5,3 * \frac{0,38}{2} * 10^{-6}} = 993 \text{ k}\Omega \quad (4.20)$$

$$R3 = \frac{1}{0,18 * C3} = \frac{1}{0,18 * 10^{-7}} = 55556k\Omega \quad (4.21)$$

$$R4 = \frac{1}{27,8562 * C3} = \frac{1}{27,8562 * 10^{-7}} = 359k\Omega \quad (4.22)$$

$$R5 = \frac{1}{19,9047 * 100 * C3} = \frac{1}{19,9047 * 100 * 10^{-7}} = 5k\Omega \quad (4.23)$$

$$R6 = \frac{1}{0,096 * 100 * C3} = \frac{1}{0,096 * 100 * 10^{-7}} = 1041k\Omega \quad (4.24)$$

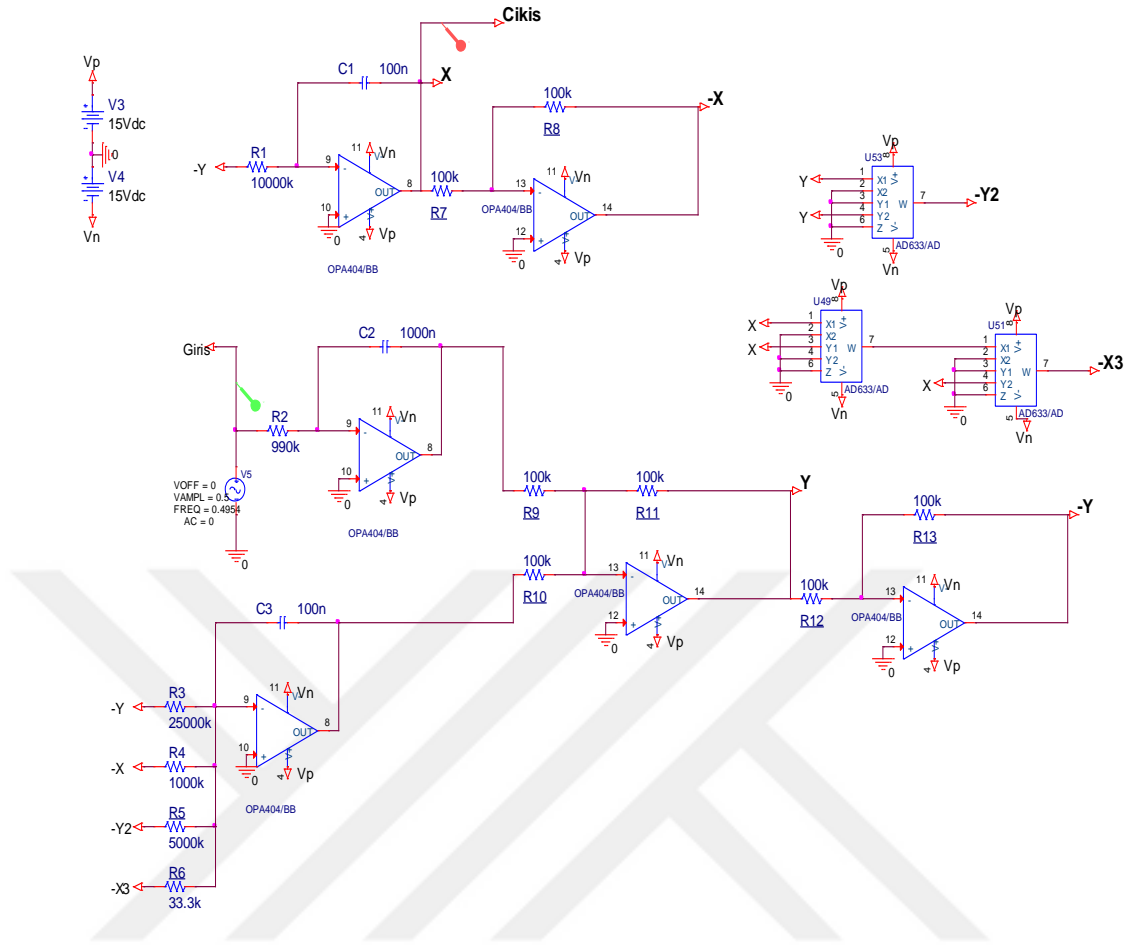
4.4.2.3. Sistem 3'ün pspice modeli

Pspice modelinden önce Eşitlik 4.6'nın modellemeye uygun hale getirilmiştir. Eşitlik 4.6'da $x = y(t)$, $y = y'(t)$ olduğunda Eşitlik 4.25, 4.26 sonuçları elde edilmiştir.

$$\dot{x} = y \quad (4.25)$$

$$\dot{y} = u(t) - 0,4y - 10x - 0,2y^2 - 3x^3 \quad (4.26)$$

Eşitlik 4.25 ve Eşitlik 4.26 kullanılarak Sistem 3'ün Pspice modeli Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.9. Sistem 3'ün elektronik devre tasarımı

Şekil 4.9'da ki elektronik devre tasarımında, integral alıcıların kondansatörü $C1=C3=100n$ ve $C2=1000n$ olarak seçilmiştir. Bu kondansatörlerin değerleri seçildikten sonra $R1$, $R2$, $R3$, $R4$, $R5$ ve $R6$ direnç hesapları aşağıdaki (Eşitlik 4.27-4.32) gibi yapılmıştır. $R7$, $R8$, $R9$, $R10$, $R11$, $R12$ ve $R13$ eviren yükselteçlerin dirençleri olduğu için eşit seçilmiştir.

$$R1 = \frac{1}{C1} = \frac{1}{10^{-7}} = 10^4 k\Omega \quad (4.27)$$

$$R2 = \frac{1}{\omega C2} = \frac{1}{3,1 * 0,325 * 10^{-6}} = 990 k\Omega \quad (4.28)$$

$$R3 = \frac{1}{0,4 * C3} = \frac{1}{0,4 * 10^{-7}} = 25000 k\Omega \quad (4.29)$$

$$R4 = \frac{1}{10 * C3} = \frac{1}{10 * 10^{-7}} = 1000k\Omega \quad (4.30)$$

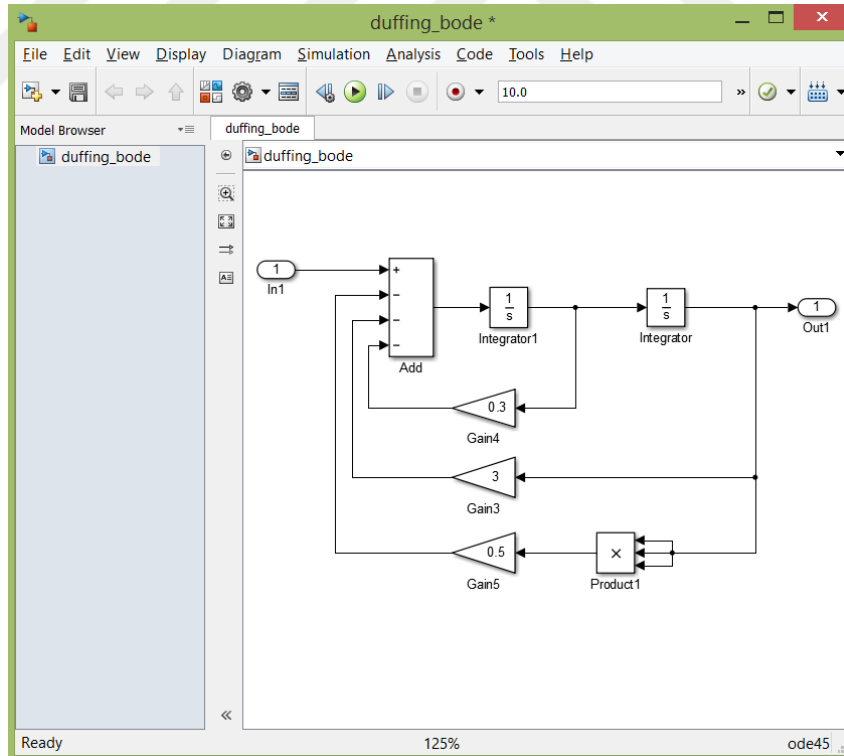
$$R5 = \frac{1}{0,2 * 10 * C3} = \frac{1}{0,2 * 10 * 10^{-7}} = 5000k\Omega \quad (4.31)$$

$$R6 = \frac{1}{3 * 100 * C3} = \frac{1}{3 * 100 * 10^{-7}} = 33,3k\Omega \quad (4.32)$$

4.5. Sistemlerin Frekans Cevaplarının Farklı Platformlar ile Elde Edilmesi

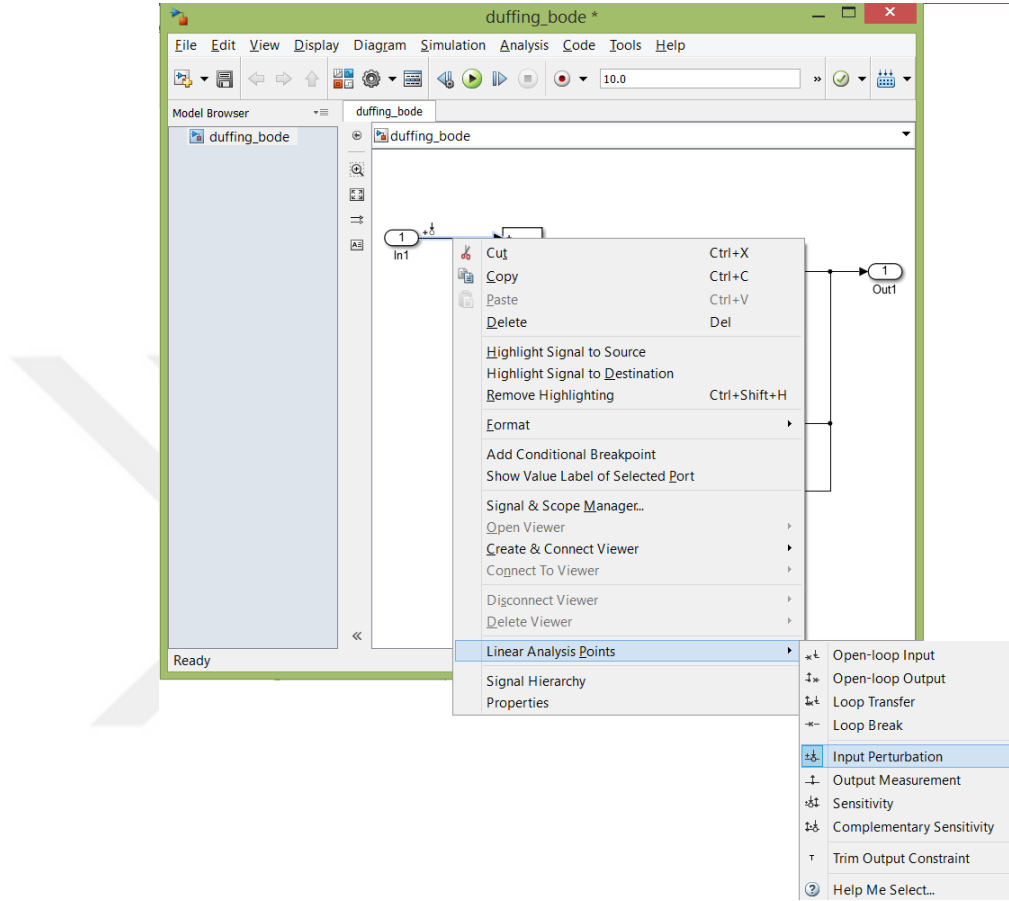
4.5.1. Matlab simulink ile frekans cevabının elde edilmesi

Matlab Simulink ile bir sistemin frekans cevabının en kolay biçimde nasıl elde edilebileceği Duffing sistemi üzerinden anlatılmıştır. Matlab Simulink ile bir sisteme ait frekans cevabı elde edilirken, sisteme ait blok diyagram hatasız biçimde giriş ve çıkış portları da eklenerek Simulink modeli olarak oluşturulmalıdır (Şekil 4.10).



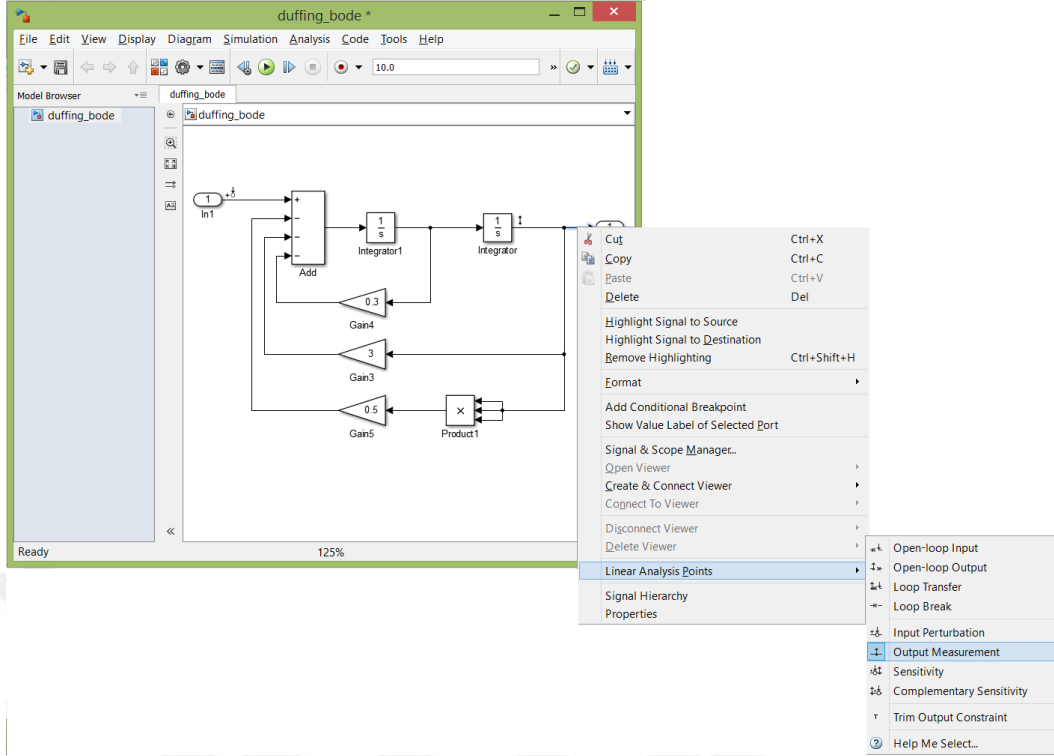
Şekil 4.10. Duffing sisteminin Simulink modeli

Sonrasında Şekil 4.11’de görüldüğü üzere giriş portunun bağlantısı seçilerek sağ tıklama ile açılan menüden “Linear Analysis Points” seçeneği üzerinden “Input Perturbation” seçilerek frekans cevabı analizi için giriş belirlenir.



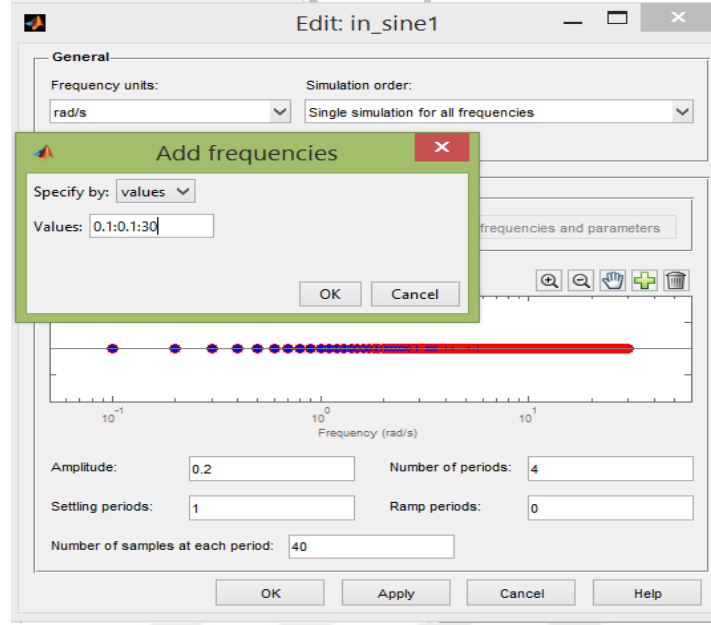
Şekil 4.11. Frekans cevabı analizi için girişin belirlenmesi

Benzer bir işlem Şekil 4.12’deki gibi çıkış portunun bağlantısı üzerinden gerçekleştirilir ve frekans cevabı analizi için çıkış “Output Measurement” seçimi belirlenir.



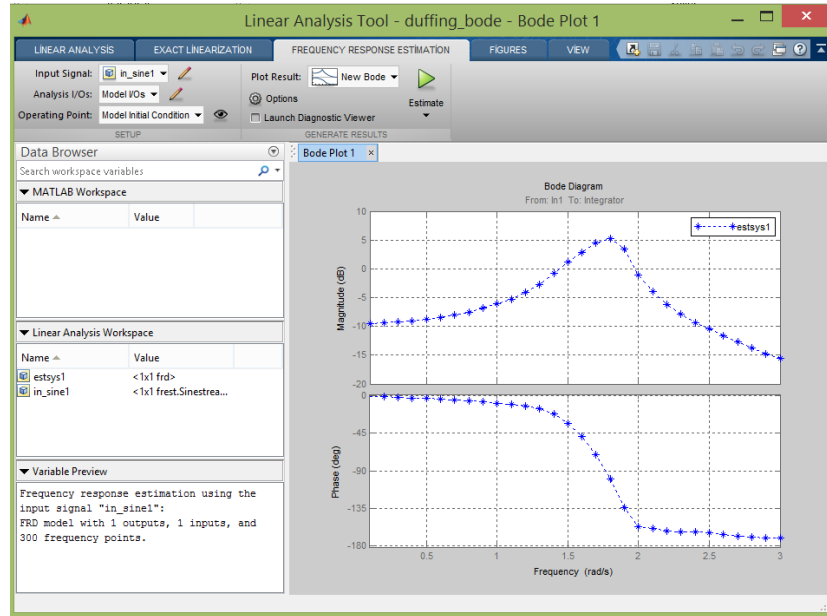
Şekil 4.12. Frekans cevabı analizi için çıkışın belirlenmesi

Giriş ve çıkışın belirlenmesinin ardından frekans cevabının hesaplanması için Şekil 4.13'deki gibi "Analysis" menüsünden "Control Design" seçeneği üzerinden "Frequency Response Estimation" seçilir.



Şekil 4.14. Simulink frekans cevabı için giriş sinyal ayarları

Anlatılan adımlar uygulandıktan sonra giriş genliği 0,2 V, minimum frekansı 0,1 rad/sn maksimum frekansı 30 rad/sn ve adım aralığı 0,1 rad/sn olan bir sinyale karşı Duffing sisteminin frekans cevabı Şekil 4.15’da verilmiştir.

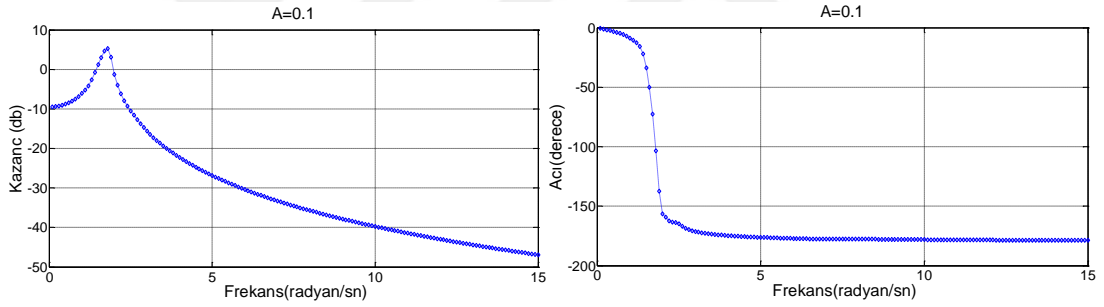


Şekil 4.15. Elde edilen frekans cevabı sonuçları

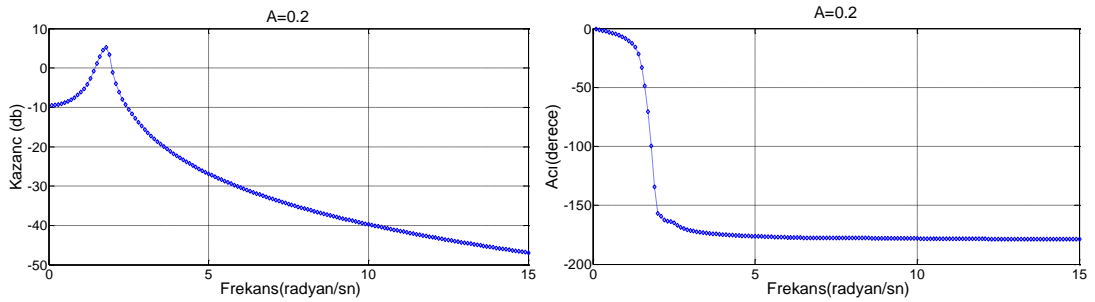
4.5.2. Matlab simulink ile elde edilen frekans cevapları

4.5.2.1. Sistem 1'in frekans cevapları

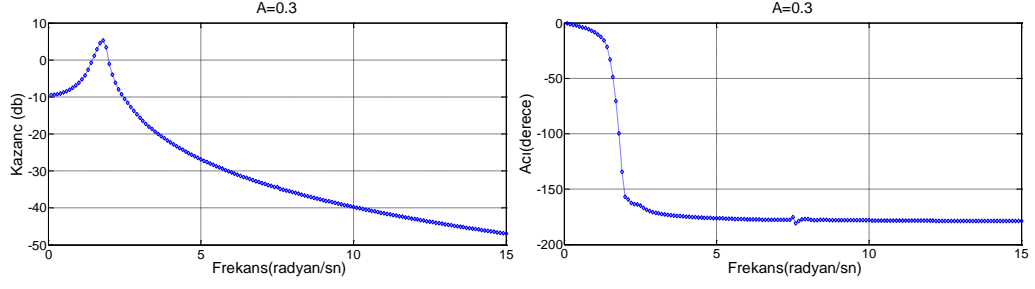
Genliği 0,1 V, 0,2 V, 0,3 V, 0,5 V ve 0,7 frekans aralığı 0,1 ile 15 rad/sn arasında 0,1 rad/sn aralıklarla değişen giriş sinyallerine karşı sistem 1'in frekans cevabı Şekil 4.16-4.20'de verilmiştir. Grafikler kazanç ve faz açısı olmak üzere iki analiz sonucu vermektedir. Kazanç grafikleri dB cinsindeyken, faz açıları derece cinsinden verilmiştir. Grafiklere bakıldığında, giriş sinyali yaklaşık 1,7 rad/sn frekans değeri aldığı anda frekans cevap sonucu o değerde rezonansa girmektedir. Kazanç değeri rezonans değerine kadar yükselirken sonrasında üstel olarak azalmaya başlamıştır. Faz açısı değeri ise rezonans değerinden sonra giriş ile çıkış sinyali arasındaki derece farkının daha da fazla olduğu görülmektedir.



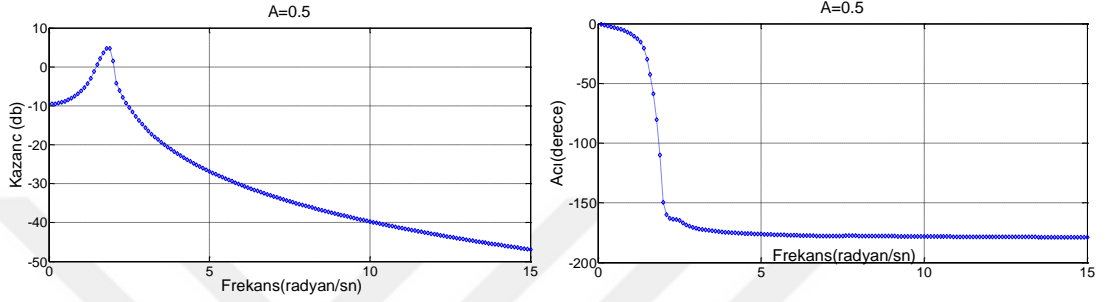
Şekil 4.16. Sistem 1'in giriş genliği 0,1 V iken frekans cevabı



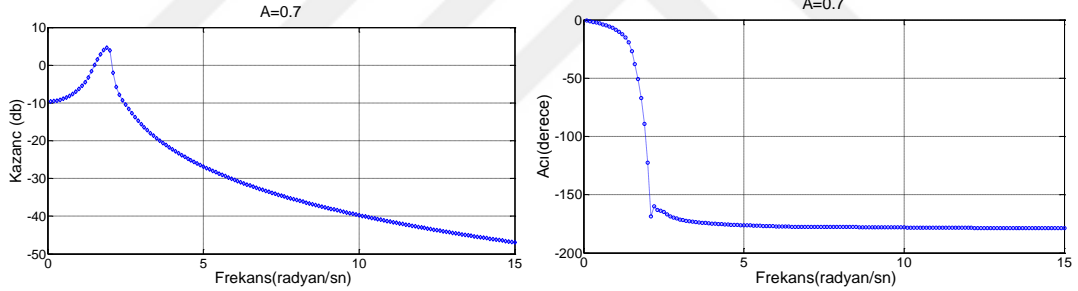
Şekil 4.17. Sistem 1'in giriş genliği 0,2 V iken frekans cevabı



Şekil 4.18. Sistem 1'in giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı



Şekil 4.19. Sistem 1'in giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı

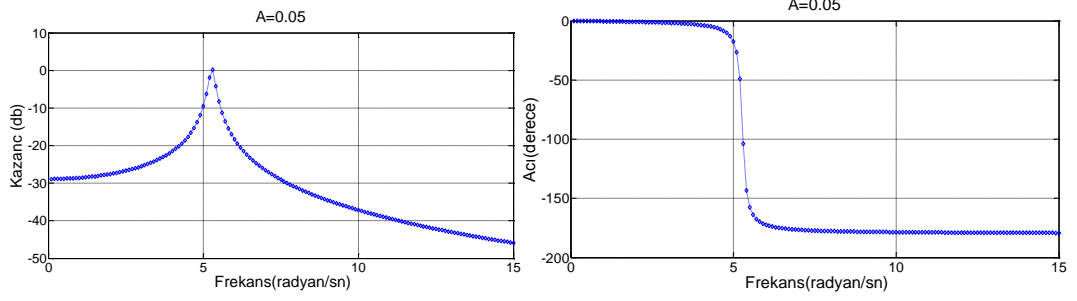


Şekil 4.20. Sistem 1'in giriş genliği 0,7 V iken frekans cevabı

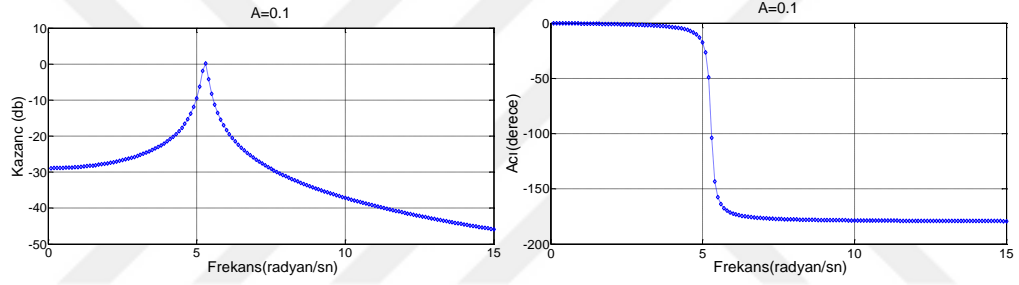
4.5.2.2. Sistem 2'nin frekans cevapları

Genliği 0,05 V, 0,1 V, 0,2 V, 0,3 V ve 0,5 V frekans aralığı 0,1 ile 15 rad/sn arasında 0,1 rad/sn aralıklarla değişen giriş sinyallerine karşı sistem 2'nin frekans cevabı Şekil 4.21-4.25'de verilmiştir. Grafikler kazanç ve faz açısı olmak üzere iki analiz sonucu vermektedir. Kazanç grafikleri dB cinsindeyken, faz açıları derece cinsinden verilmiştir. Grafiklere bakıldığında, giriş sinyali yaklaşık 5,3 rad/sn frekans değeri aldığı anda frekans cevap sonucu o değerde rezonansa girmektedir. Kazanç değeri rezonans değerine kadar yükselirken sonrasında üstel olarak azalmaya başlamıştır. Faz

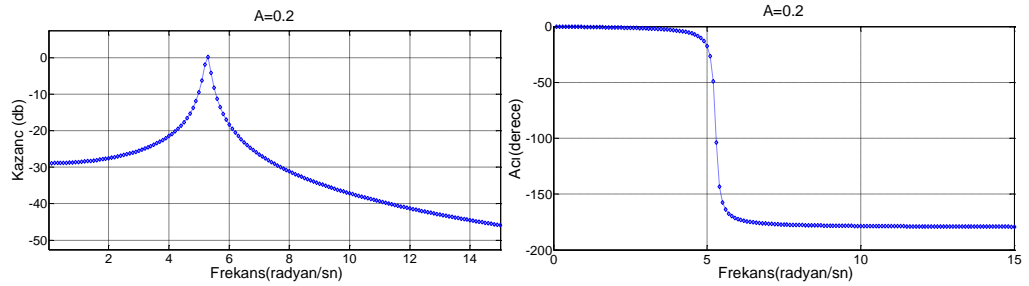
açı değeri ise rezonans değerinden sonra giriş ile çıkış sinyali arasındaki derece farkının daha da fazla olduğu görülmektedir.



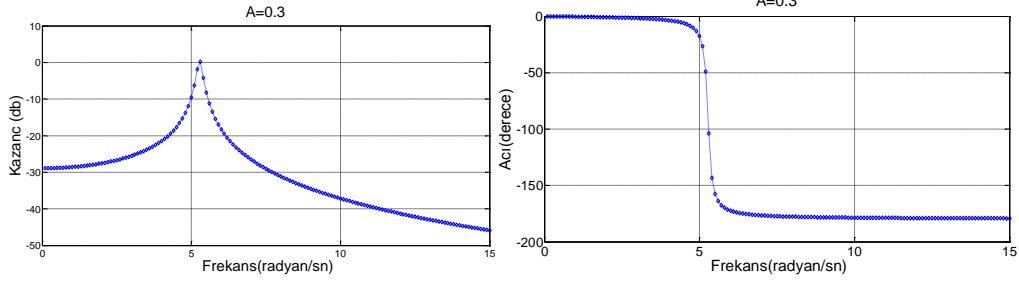
Şekil 4.21. Sistem 2'nin giriş genliği 0,05 V iken frekans cevabı



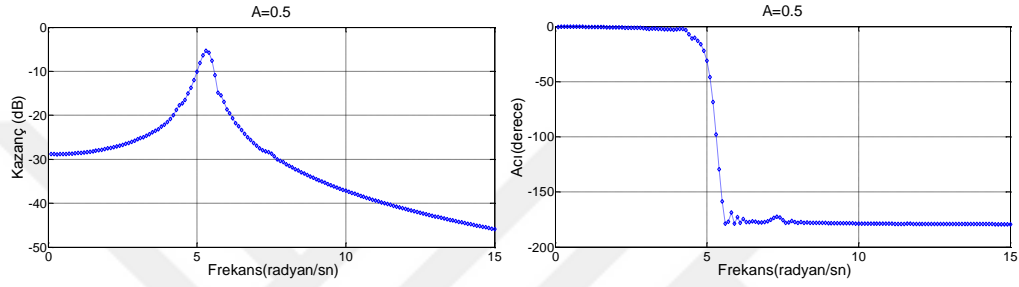
Şekil 4.22. Sistem 2'nin giriş genliği 0,1 V iken frekans cevabı



Şekil 4.23. Sistem 2'nin giriş genliği 0,2 V iken frekans cevabı



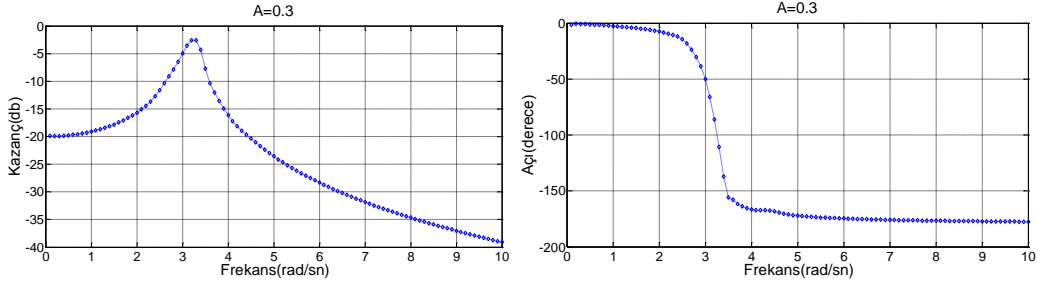
Şekil 4.24. Sistem 2'nin giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı



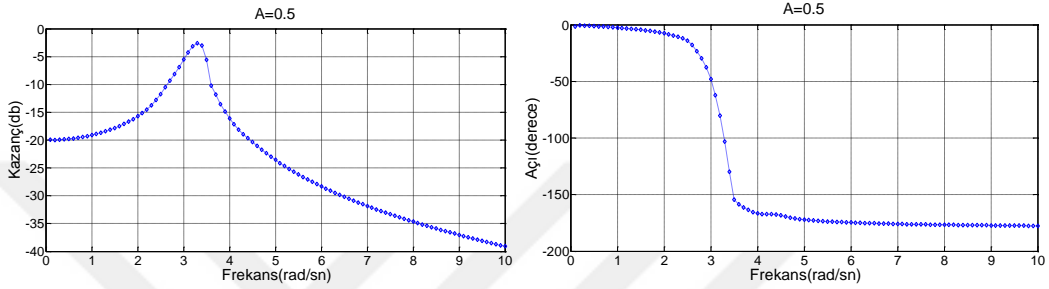
Şekil 4.25. Sistem 2'nin giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı

4.5.2.3. Sistem 3'ün frekans cevapları

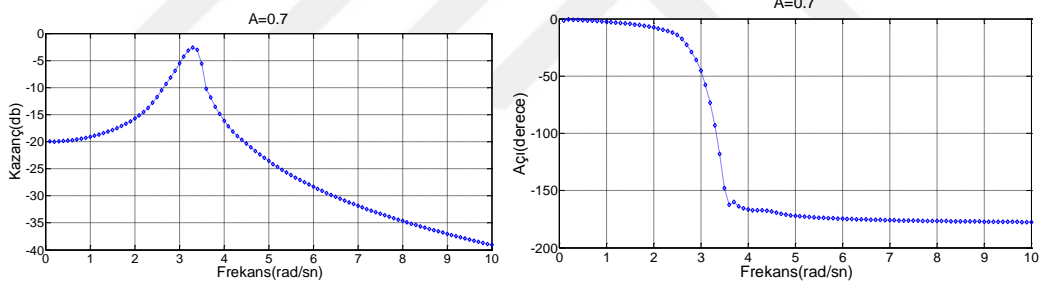
Genliği 0,3 V, 0,5 V ve 0,7 frekans aralığı 0,1 ile 10 rad/sn arasında 0,1 rad/sn aralıklarla değişen giriş sinyallerine karşı sistem 3'ün frekans cevabı Şekil 4.26-4.28'de verilmiştir. Grafikler kazanç ve faz açısı olmak üzere iki analiz sonucu vermektedir. Kazanç grafikleri dB cinsindeyken, faz açıları derece cinsinden verilmiştir. Grafiklere bakıldığında, giriş sinyali yaklaşık 3,2 rad/sn frekans değeri aldığı anda frekans cevap sonucu o değerde rezonansa girmektedir. Kazanç değeri rezonans değerine kadar yükselirken sonrasında üstel olarak azalmaya başlamıştır. Faz açısı değeri ise rezonans değerinden sonra giriş ile çıkış sinyali arasındaki derece farkının daha da fazla olduğu görülmektedir.



Şekil 4.26. Sistem 3'ün giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı



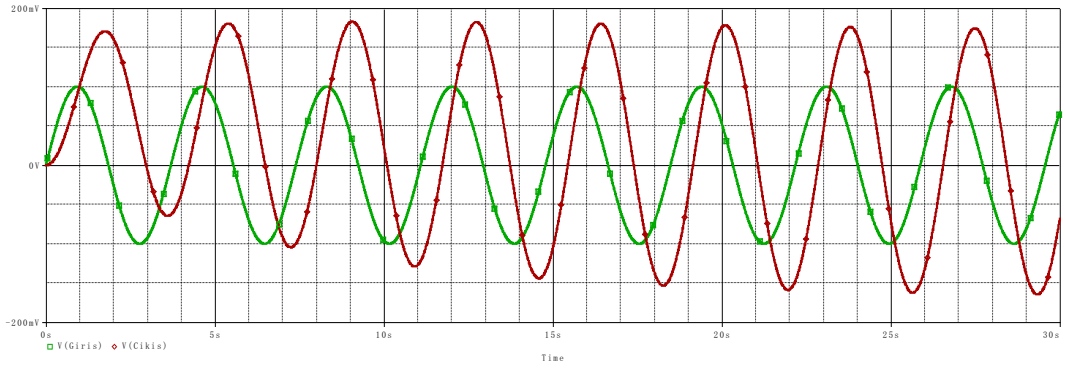
Şekil 4.27. Sistem 3'ün giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı



Şekil 4.28. Sistem 3'ün giriş genliği 0,7 V iken frekans cevabı

4.5.3. Pspice ile frekans cevabının elde edilmesi

Pspice ile frekans cevabının elde edilmesinde Şekil 4.7'de bulunan Duffing Pspice modeli kullanılarak anlatılmıştır. Şekil 4.7'de bulunan devrenin giriş kısmına frekansı 1,7 rad/sn, genliği 0,1 Volt olan bir sinüs sinyali verildiğinde buna karşılık gelen çıkış sinyali Şekil 4.29'da verilmektedir.



Şekil 4.29. Örnek bir giriş sinyali ve ona karşılık gelen çıkış sinyali

Şekil 4.29'a göre eğer kazanç ve faz farkı hesaplanmak istenirse, db cinsinden kazanç Eşitlik 4.33'de, derece cinsinden faz farkı ise Eşitlik 4.34'de verilmektedir. Eşitlik 4.34'de giriş sinyalinin bir periyotluk kısmının başlangıcı 7,4 saniye, bitişi 11,11 saniyedir. Çıkış sinyalinin başlangıcı ise 8,15 saniyedir.

$$\text{Kazanç(db)} = 20 \log_{10} \frac{V_{\text{cikis}}}{V_{\text{giris}}} = 20 \log_{10} \frac{0,17}{0,1} = 4,6 \quad (4.33)$$

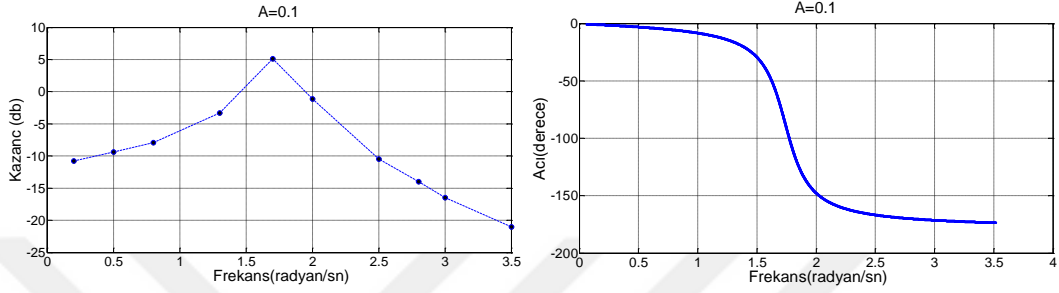
$$\text{Fazfarkı(derece)} = \frac{360(7,4 - 8,15)}{11,11 - 7,4} = -72,7 \quad (4.34)$$

4.5.4. Pspice ile elde edilen frekans cevapları

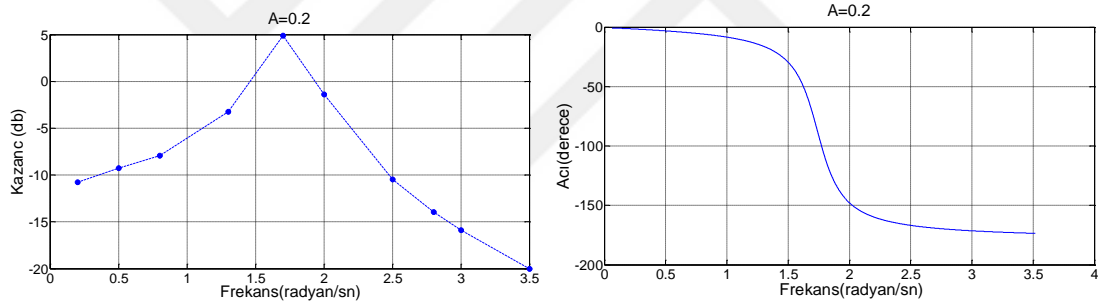
4.5.4.1. Sistem 1'in frekans cevapları

Elektronik devre tasarımları olduğu için Şekil 4.7 kullanılarak, farklı frekanslardaki çıkış gerilimleri ile çıkış-giriş gerilimleri arasındaki faz farkları bulunmuştur. Grafiğin düşük kazançlı frekans aralıklarında çıkış gerilimi çok düşük olduğu için sağlıklı sonuçlar alınamamaktadır. Bu nedenle yaklaşık -20db 'e kadar sonuç veren frekans aralığı alınmıştır. Giriş sinyalinin genlikleri 0,1 V, 0,2 V, 0,3 V ve 0,7 V, frekansları ise 0,2 rad/sn, 0,5 rad/sn, 0,8 rad/sn, 1,3 rad/sn, 1,7 rad/sn, 2 rad/sn, 2,5 rad/sn, 2,8 rad/sn, 3 rad/sn ve 3,5 rad/sn olarak belirlenmiş ve anlık değerleri alınarak Eşitlik 4.33 ve Eşitlik 4.34 kullanılarak kazanç ve faz farkları bulunmuştur. Sonuçlar db cinsinden kazanç ve derece cinsinden faz farkı şeklinde grafiklerde Şekil 4.30-4.34 de

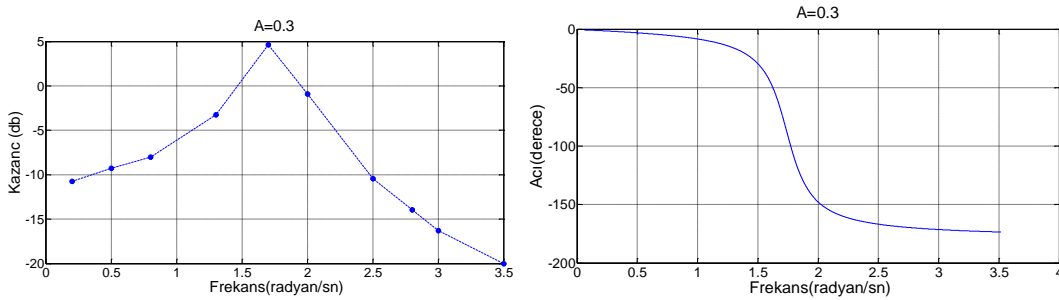
verilmiştir. Grafiklere bakıldığında, giriş sinyali yaklaşık 1,7 rad/sn frekans değeri aldığıında frekans cevap sonucu o değerde rezonansa girmektedir. Kazanç değeri rezonans değerine kadar yükselirken sonrasında üstel olarak azalmaya başlamıştır. Faz açısı değeri ise rezonans değerinden sonra giriş ile çıkış sinyali arasındaki derece farkının daha da fazla olduğu görülmektedir.



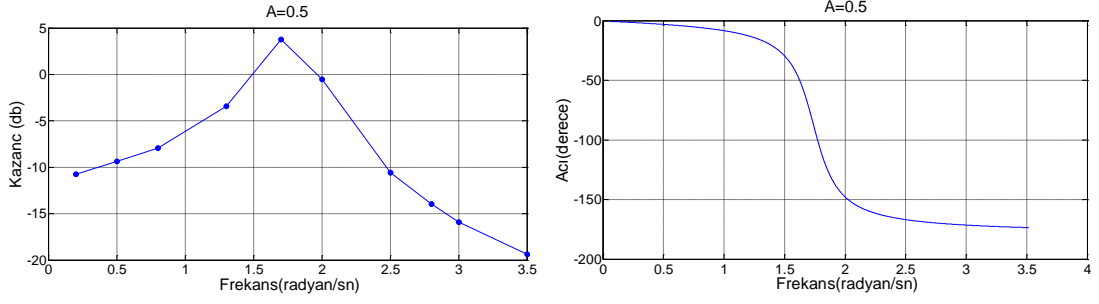
Şekil 4.30. Sistem 1'in giriş genliği 0,1 V iken frekans cevabı



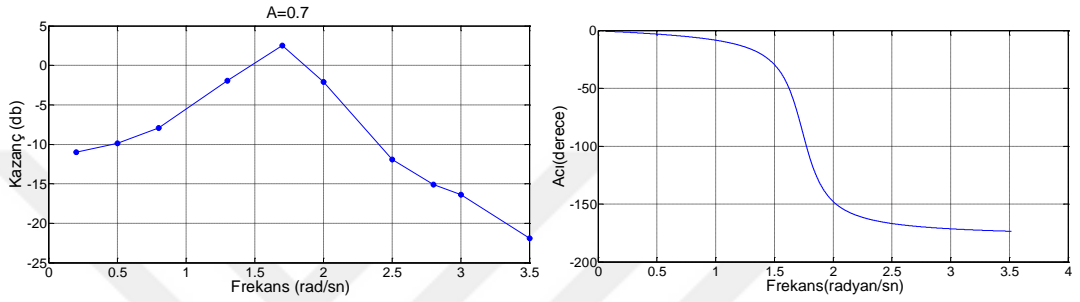
Şekil 4.31. Sistem 1'in giriş genliği 0,2 V iken frekans cevabı



Şekil 4.32. Sistem 1'in giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı



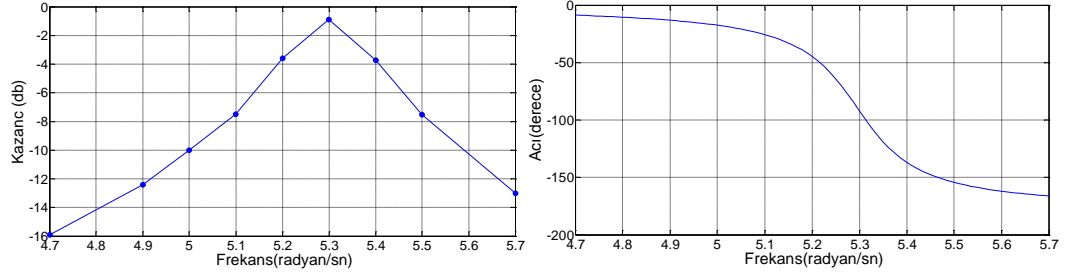
Şekil 4.33. Sistem 1'in giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı



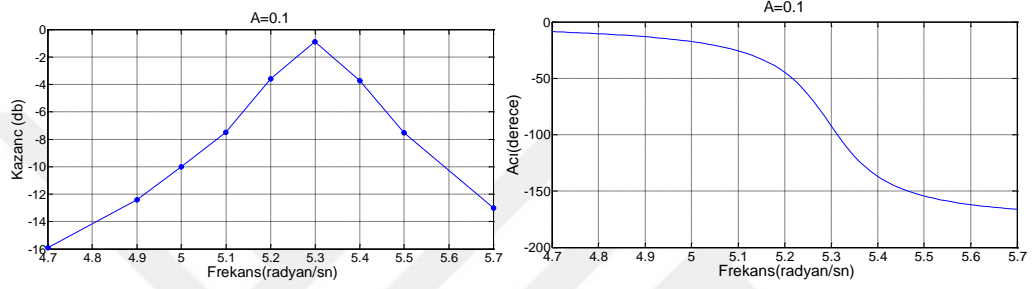
Şekil 4.34. Sistem 1'in giriş genliği 0,7 V iken frekans cevabı

4.5.4.2. Sistem 2'nin frekans cevapları

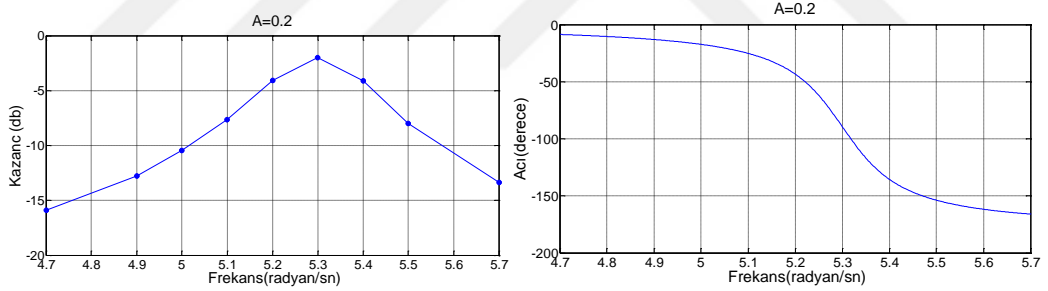
Elektronik devre tasarımları olduğu için Şekil 4.8 kullanılarak, farklı frekanslardaki çıkış gerilimleri ile çıkış-giriş gerilimleri arasındaki faz farkları bulunmuştur. Grafiğin düşük kazançlı frekans aralıklarında çıkış gerilimi çok düşük olduğu için sağlıklı sonuçlar alınmamaktadır. Bu nedenle yaklaşık -20dB 'e kadar sonuç veren frekans aralığı alınmıştır. Giriş sinyalinin genlikleri 0,05 V, 0,1 V, 0,2 V, 0,3 V ve 0,5 V, frekansları ise 4,7 rad/sn, 4,9 rad/sn, 5 rad/sn, 5,1 rad/sn, 5,2 rad/sn, 5,3 rad/sn, 5,4 rad/sn, 5,5 rad/sn, 5,6 rad/sn ve 5,7 rad/sn olarak belirlenmiş ve anlık değerleri alınarak Eşitlik 4.33 ve Eşitlik 4.34 kullanılarak kazanç ve faz farkları bulunmuştur. Sonuçlar db cinsinden kazanç ve derece cinsinden faz farkı şeklinde grafiklerde Şekil 4.35-4.39 de verilmiştir. Grafiklere bakıldığında, giriş sinyali yaklaşık 5,3 rad/sn frekans değeri aldığı anda frekans cevap sonucu o değerde rezonansa girmektedir. Kazanç değeri rezonans değerine kadar yükselirken sonrasında üstel olarak azalmaya başlamıştır. Faz açısı değeri ise rezonans değerinden sonra giriş ile çıkış sinyali arasındaki derece farkının daha da fazla olduğu görülmektedir.



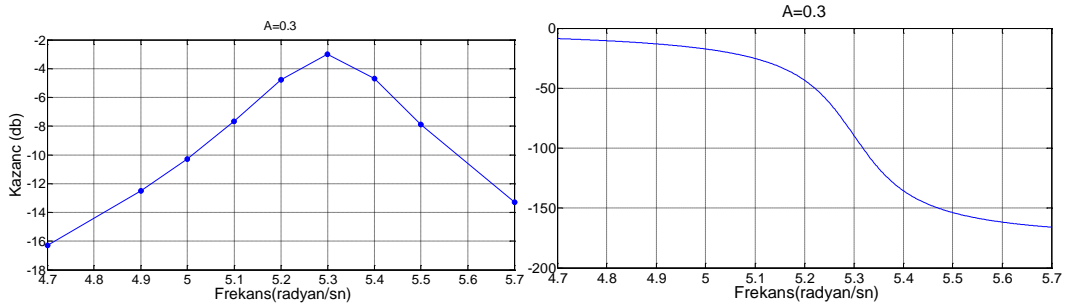
Şekil 4.35. Sistem 2'nin giriş genliği 0,05 V iken frekans cevabı



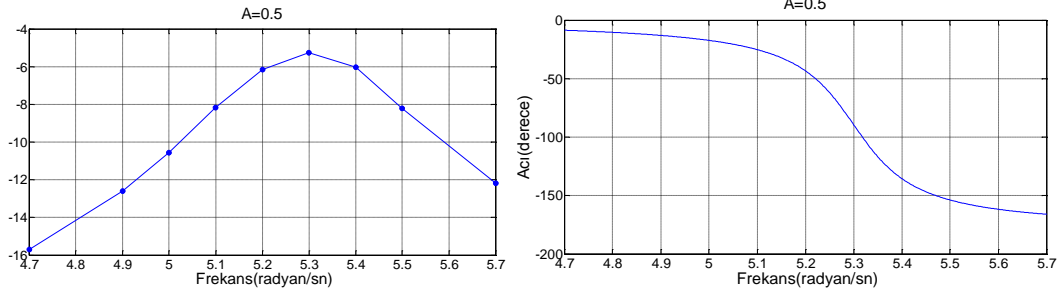
Şekil 4.36. Sistem 2'nin giriş genliği 0,1 V iken frekans cevabı



Şekil 4.37. Sistem 2'nin giriş genliği 0,2 V iken frekans cevabı



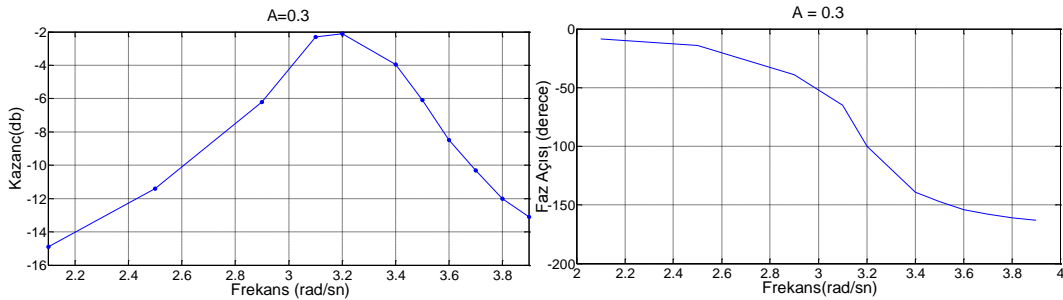
Şekil 4.38. Sistem 2'nin giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı



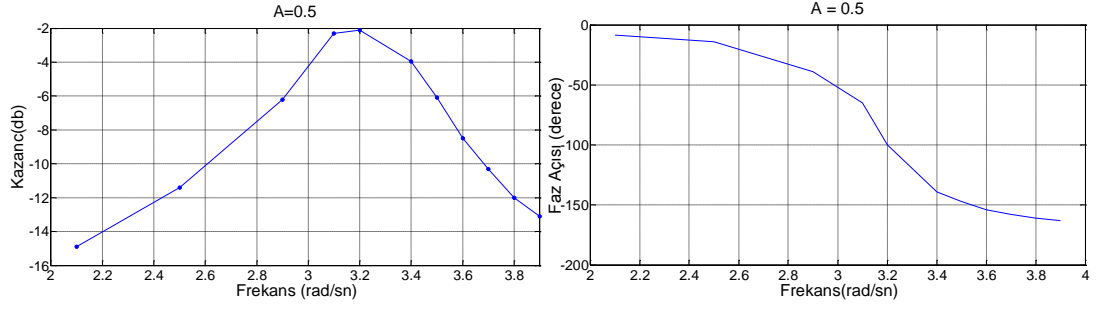
Şekil 4.39. Sistem 2'nin giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı

4.5.4.3. Sistem 3'ün frekans cevapları

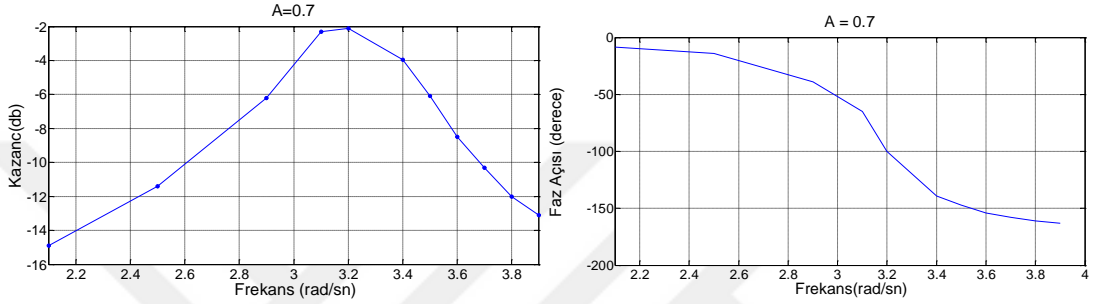
Elektronik devre tasarımları olduğu için Şekil 4.9 kullanılarak, farklı frekanslardaki çıkış gerilimleri ile çıkış-giriş gerilimleri arasındaki faz farkları bulunmuştur. Grafiğin düşük kazançlı frekans aralıklarında çıkış gerilimi çok düşük olduğu için sağlıklı sonuçlar alınamamaktadır. Bu nedenle yaklaşık -20dB 'e kadar sonuç veren frekans aralığı alınmıştır. Giriş sinyalinin genlikleri 0,3 V, 0,5 V ve 0,7 V, frekansları ise 2,1 rad/sn, 2,3 rad/sn, 2,9 rad/sn, 3,1 rad/sn, 3,2 rad/sn, 3,4 rad/sn, 3,5 rad/sn, 3,6 rad/sn, 3,7 rad/sn ve 3,9 rad/sn olarak belirlenmiş ve anlık değerleri alınarak Eşitlik 4.33 ve Eşitlik 4.34 kullanılarak kazanç ve faz farkları bulunmuştur. Sonuçlar db cinsinden kazanç ve derece cinsinden faz farkı şeklinde grafiklerde Şekil 4.40-4.42 de verilmiştir. Grafiklere bakıldığında, giriş sinyali yaklaşık 3,2 rad/sn frekans değeri aldığı anda frekans cevap sonucu o değerde rezonansa girmektedir. Kazanç değeri rezonans değerine kadar yükselirken sonrasında üstel olarak azalmaya başlamıştır. Faz açısı değeri ise rezonans değerinden sonra giriş ile çıkış sinyali arasındaki derece farkının daha da fazla olduğu görülmektedir.



Şekil 4.40. Sistem 3'ün giriş genliği 0,3 V iken frekans cevabı



Şekil 4.41. Sistem 3'ün giriş genliği 0,5 V iken frekans cevabı



Şekil 4.42. Sistem 3'ün giriş genliği 0,7 V iken frekans cevabı

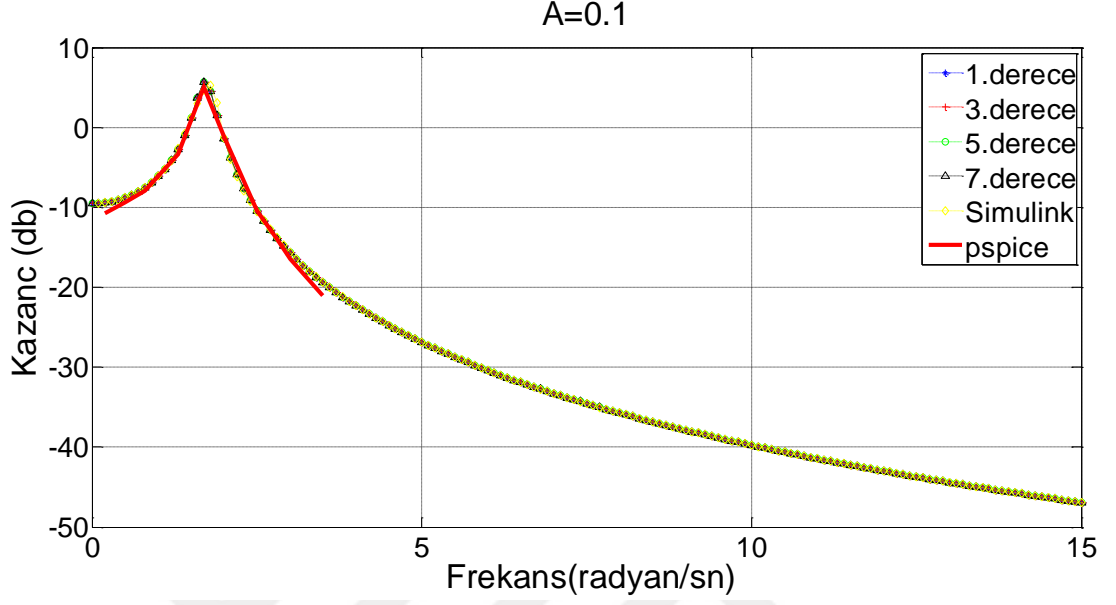
4.6. Tasarlanan Arayüz ile Elde Edilen Sonuçlar ve Simülasyon Sonuçlarının Karşılaştırılması

Matlab Simulink ve Pspice platformlarından frekans cevapları elde edildikten sonra 3 doğrusal olmayan sistem içinde tasarlanan arayüzde tanımlama fonksiyonu kullanılarak elde edilen frekans cevapları grafikler halinde karşılaştırılır.

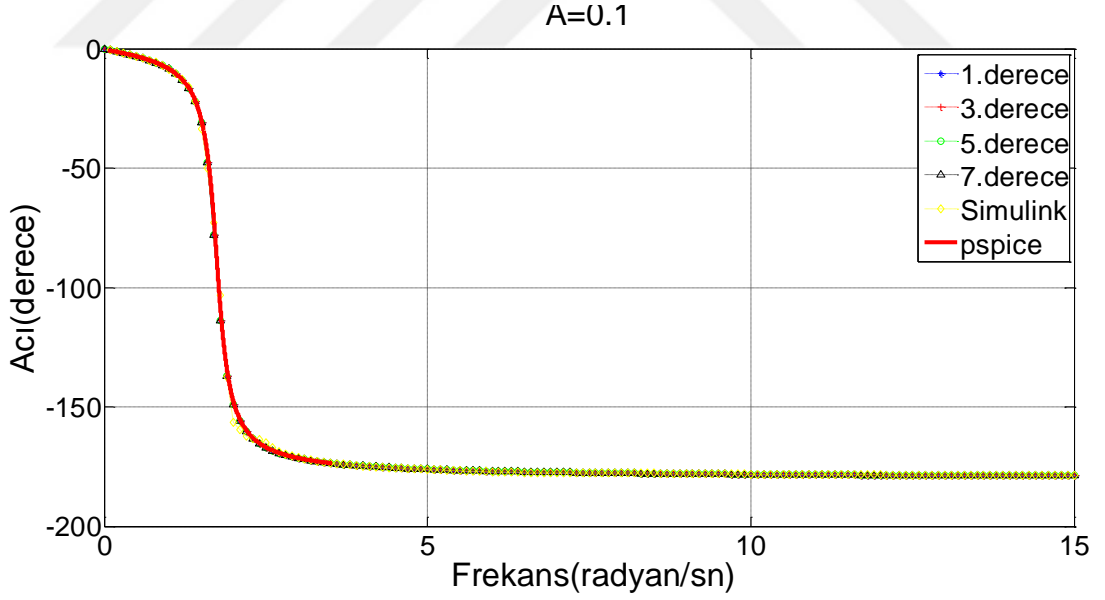
4.6.1. Sistem 1 sonuçlarının karşılaştırılması

Tasarlanan arayüzde tanımlama fonksiyonu kullanılarak ve matlab simulink'de frekans cevaplarının analizleri 0,1 rad/sn ile 15 rad/sn arasındadır. Fakat Pspice platformundan elde edilen cevaplar 0,2 rad/sn ile 3,5 rad/sn arasında bulunmuştur. Bu karşılaştırmalar 0,1 V, 0,2 V, 0,3 V, 0,5 V ve 0,7 V giriş genliklerine göre Şekil 4.43 – 4.52'de verilmiştir. Grafiklere bakıldığında, giriş sinyali yaklaşık 1,7 rad/sn frekans değeri aldığı anda frekans cevap sonucu o değerde rezonansa girmektedir. Kazanç değeri rezonans değerine kadar yükselirken sonrasında üstel olarak azalmaya

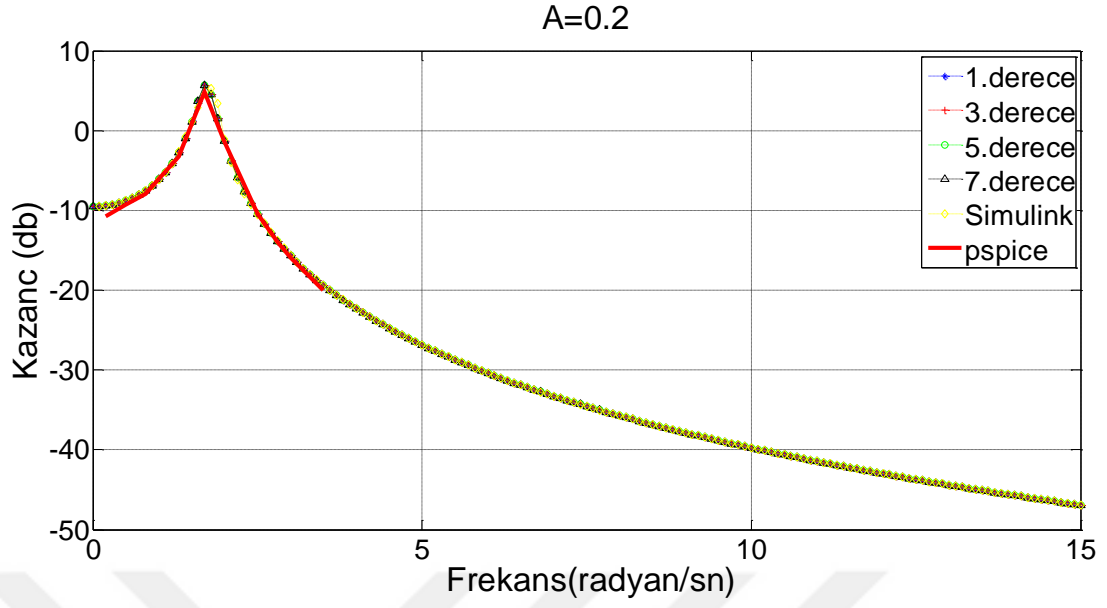
başlamıştır. Faz açısı değeri ise rezonans değerinden sonra giriş ile çıkış sinyali arasındaki derece farkının daha da fazla olduğu görülmektedir.



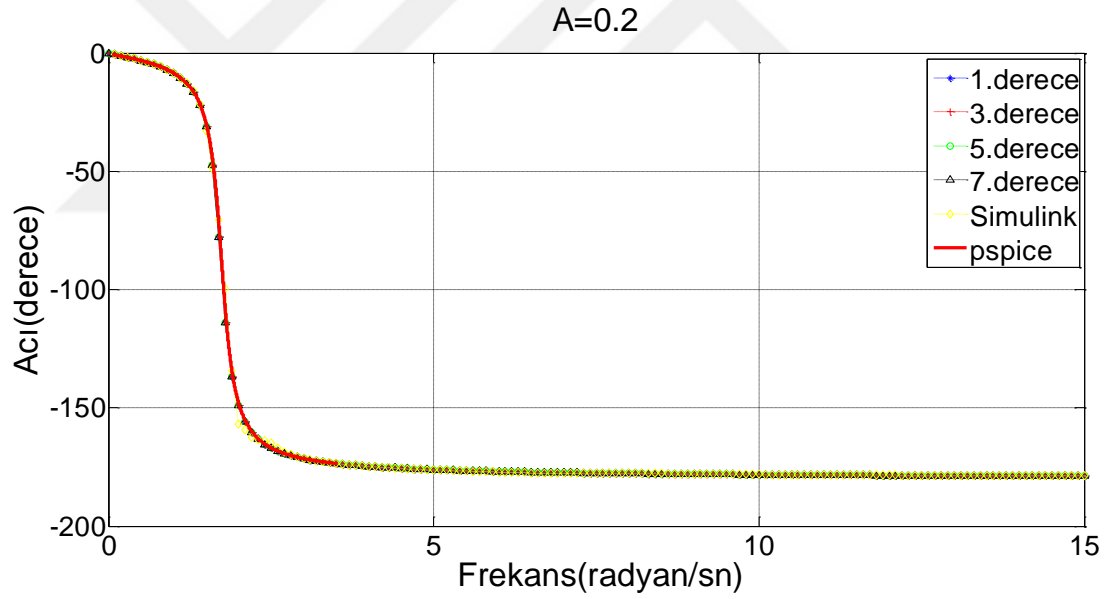
Şekil 4.43. Sistem 1'in giriş genliği 0,1 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



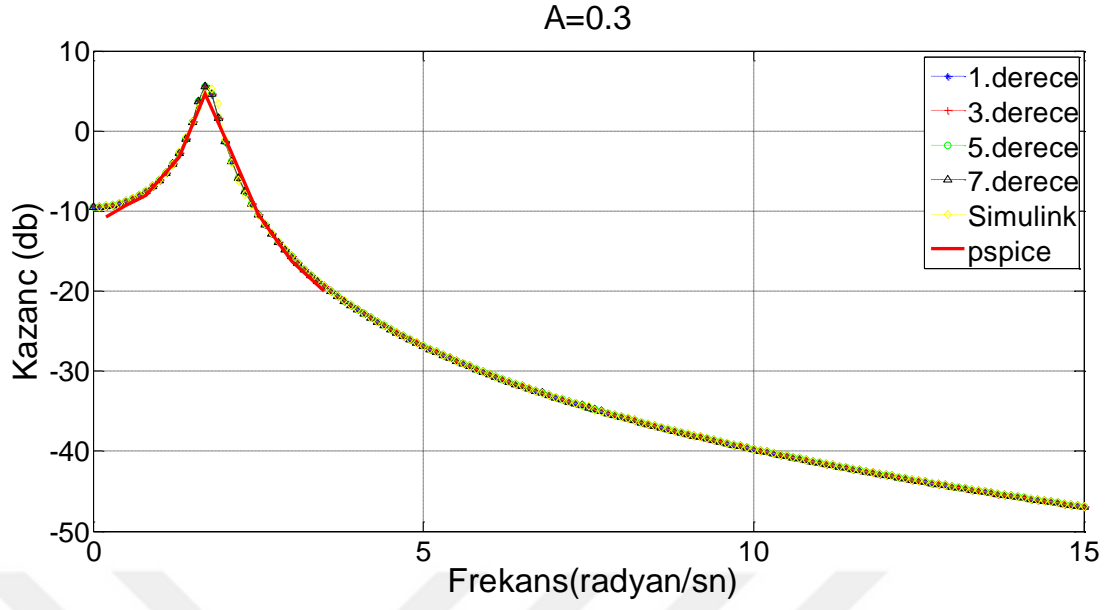
Şekil 4.44. Sistem 1'in giriş genliği 0,1 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması



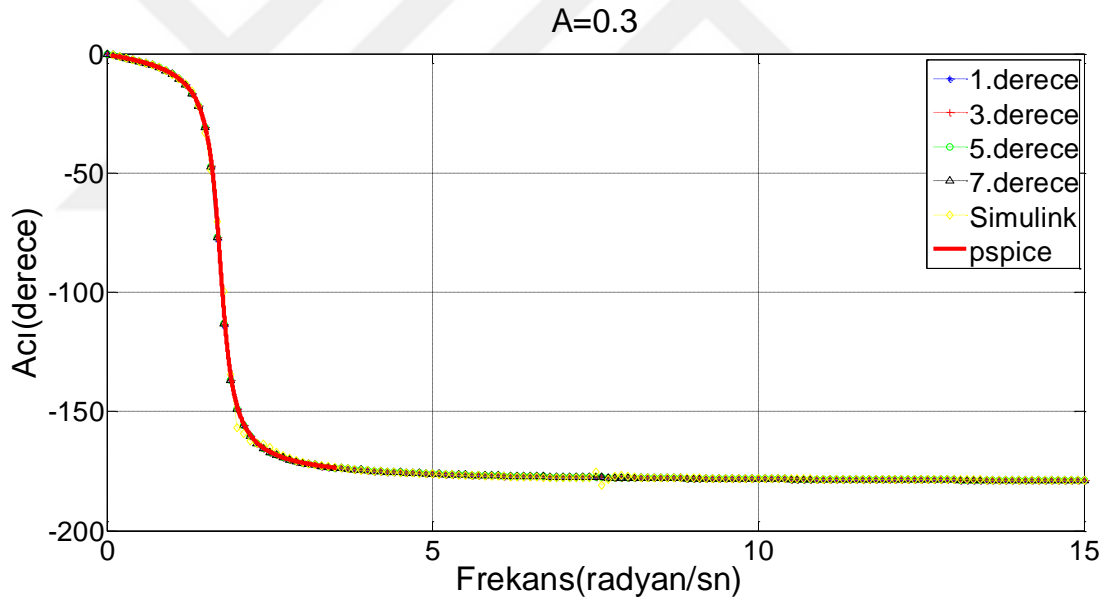
Şekil 4.45. Sistem 1'in giriş genliği 0,2 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



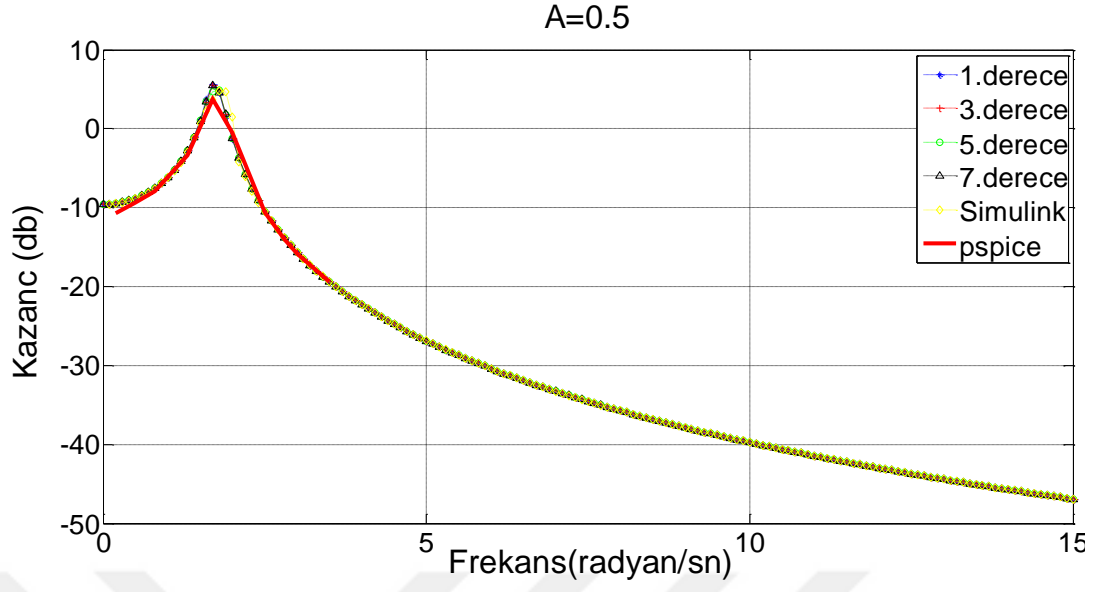
Şekil 4.46. Sistem 1'in giriş genliği 0,2 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması



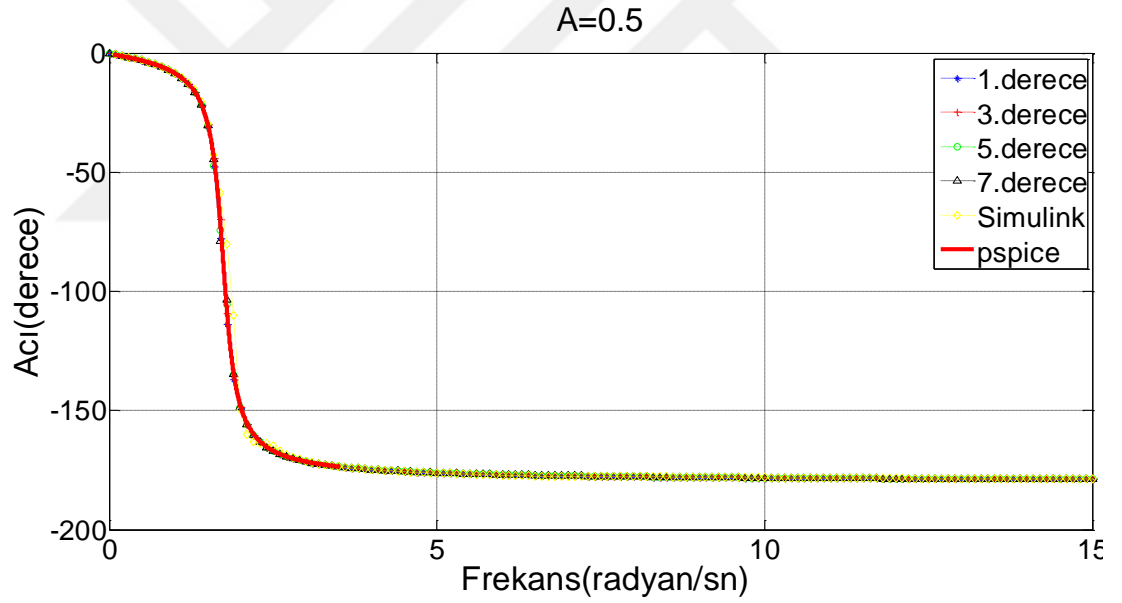
Şekil 4.47. Sistem 1'in giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



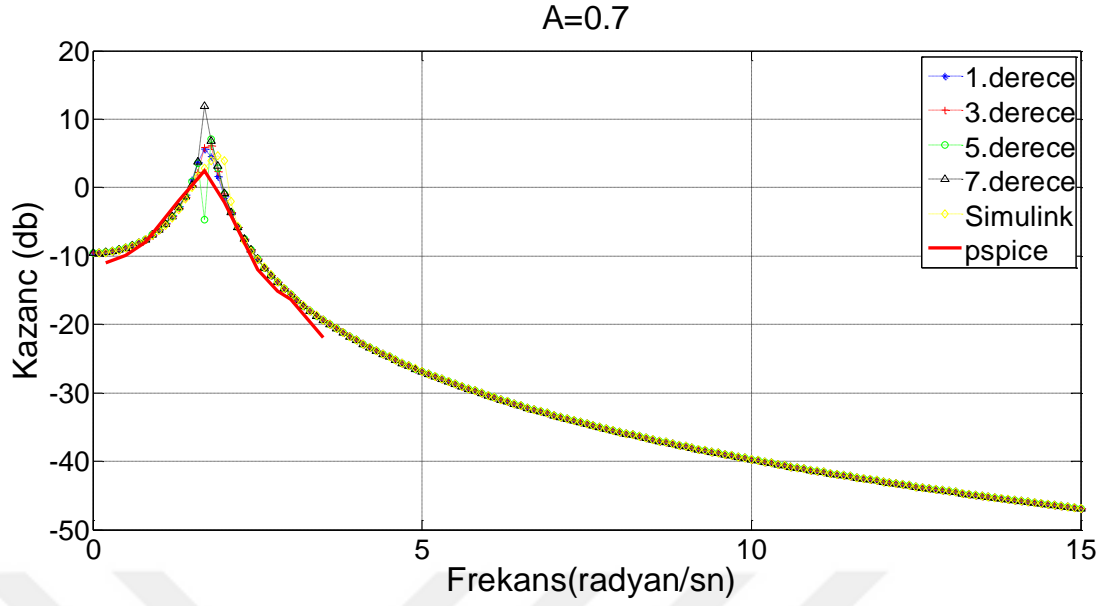
Şekil 4.48. Sistem 1'in giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması



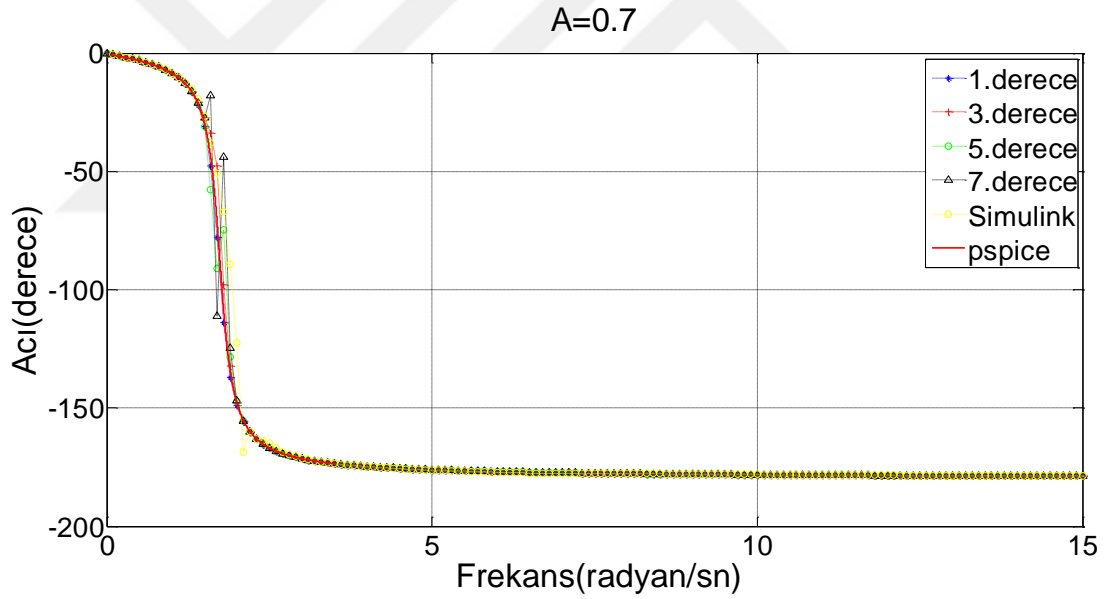
Şekil 4.49. Sistem 1'in giriş genliği 0,5 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



Şekil 4.50. Sistem 1'in giriş genliği 0,5 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması



Şekil 4.51. Sistem 1'in giriş genliği 0,7 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması

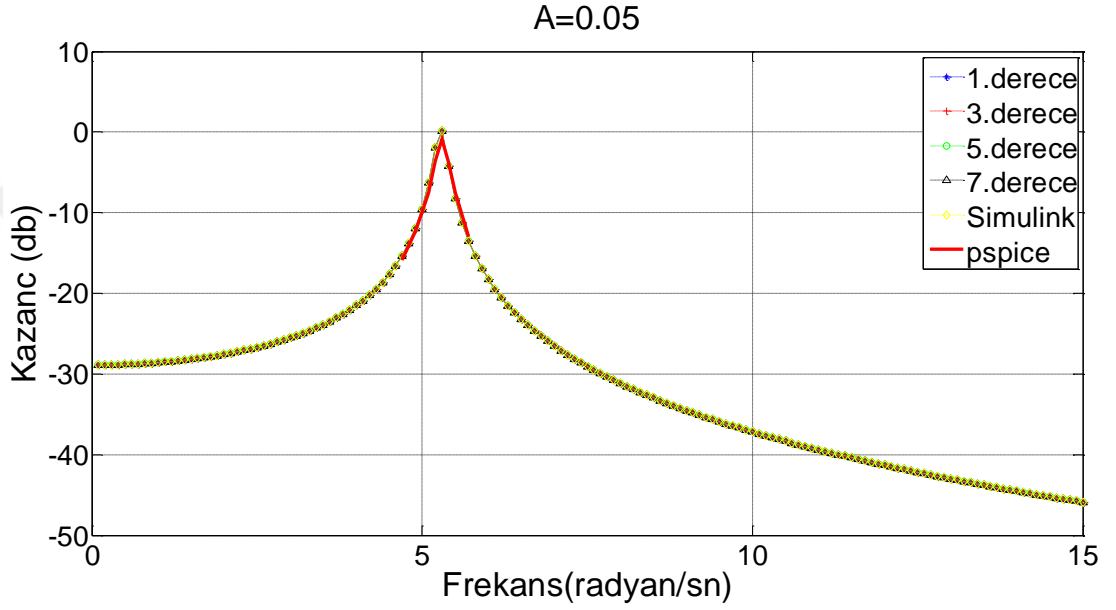


Şekil 4.52. Sistem 1'in giriş genliği 0,7 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması

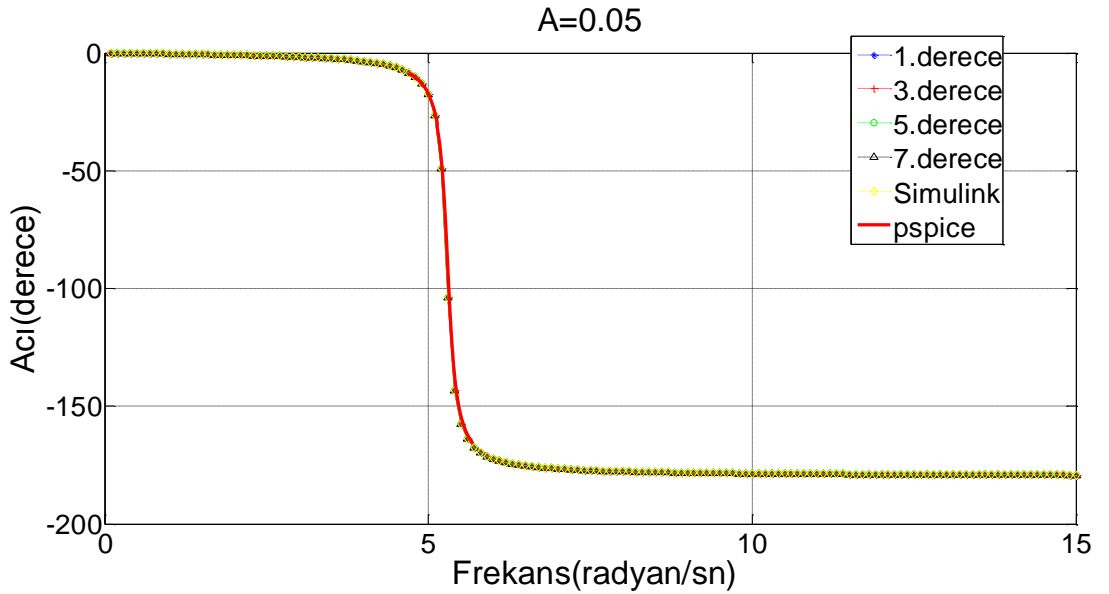
4.6.2. Sistem 2 için sonuçların karşılaştırılması

Tasarlanan arayüzde tanımlama fonksiyonu kullanılarak ve matlab simulink'de frekans cevaplarının analizleri 0,1 rad/sn ile 15 rad/sn arasındadır. Fakat Pspice platformundan elde edilen cevaplar 4,7 rad/sn ile 5,7 rad/sn arasında bulunmuştur. Bu karşılaştırmalar 0,05 V, 0,1 V, 0,2 V ve 0,3 V giriş genliklerine göre Şekil 4.53 –

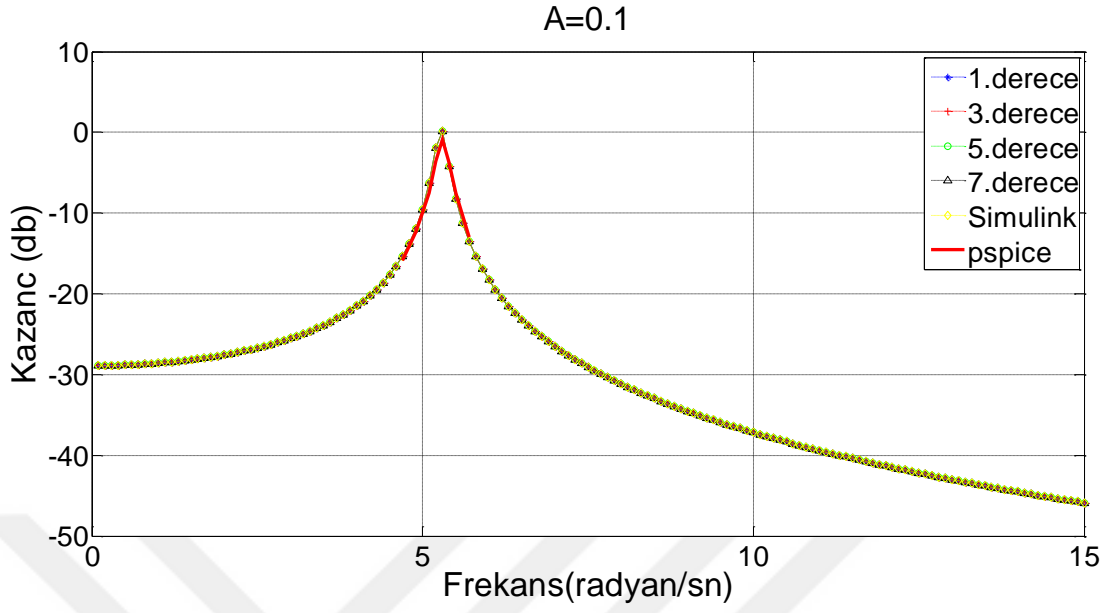
4.60'da verilmiştir. Grafiklere bakıldığında, giriş sinyali yaklaşık 5,3 rad/sn frekans değeri aldığıında frekans cevap sonucu o değerde rezonansa girmektedir. Kazanç değeri rezonans değerine kadar yükselirken sonrasında üstel olarak azalmaya başlamıştır. Faz açısı değeri ise rezonans değerinden sonra giriş ile çıkış sinyali arasındaki derece farkının daha da fazla olduğu görülmektedir.



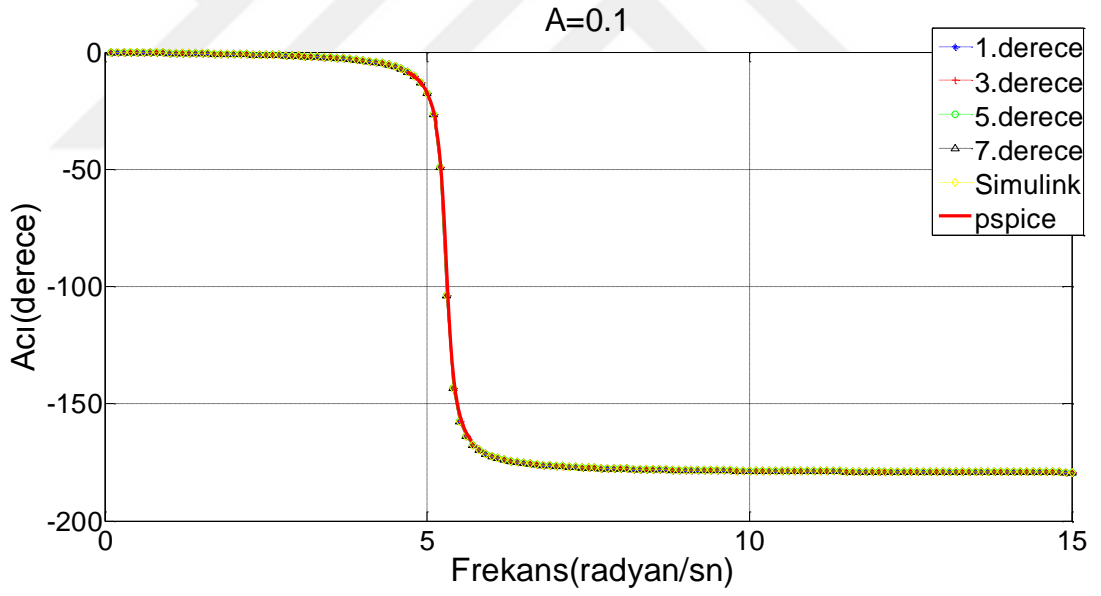
Şekil 4.53. Sistem 2'nin giriş genliği 0,05 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



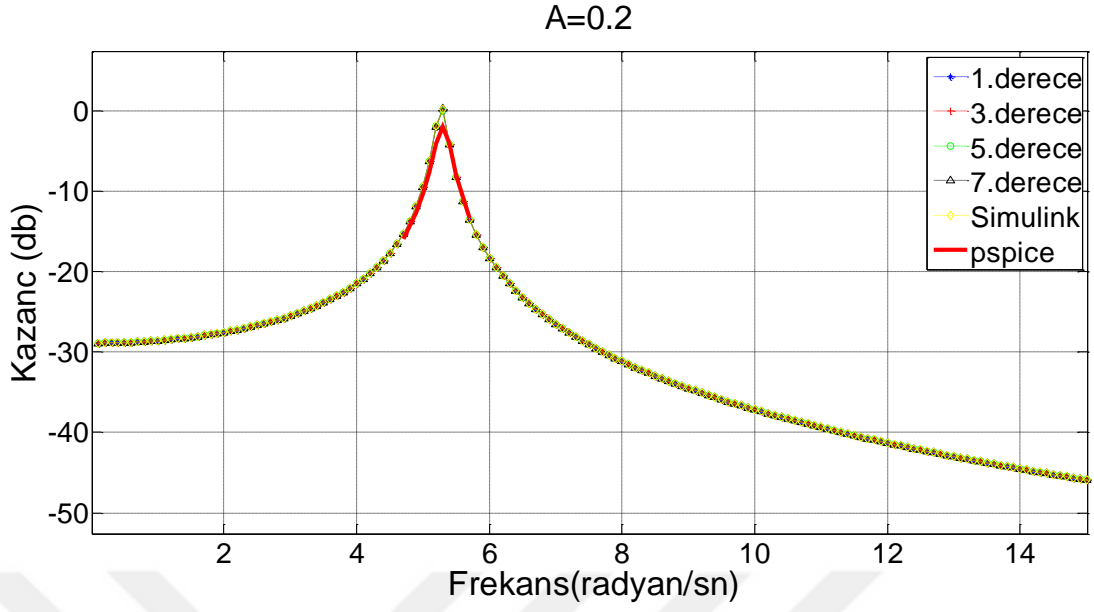
Şekil 4.54. Sistem 2'nin giriş genliği 0,05 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması



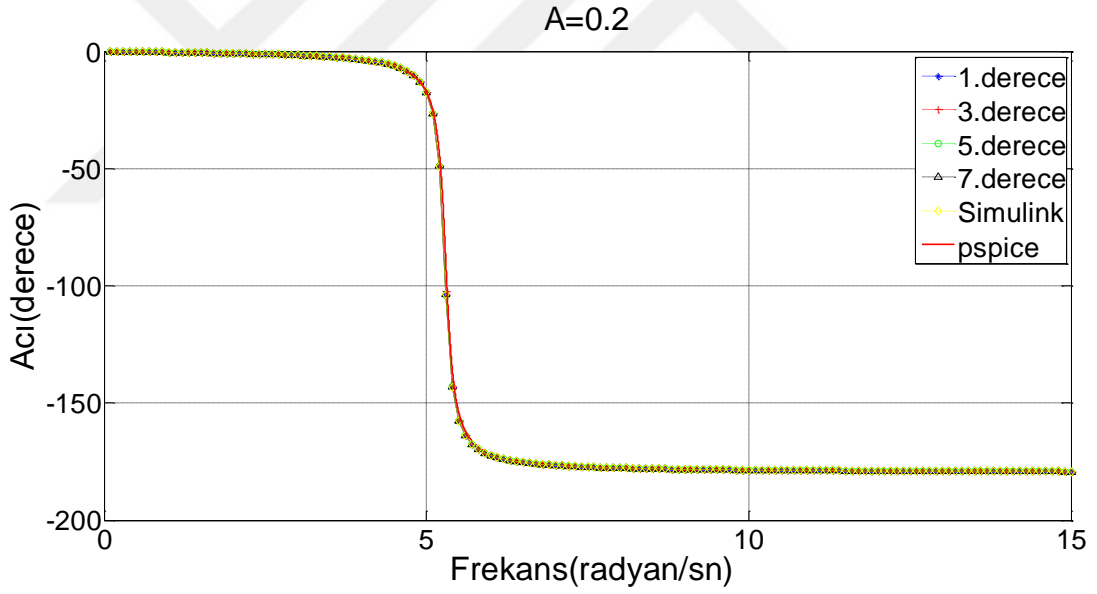
Şekil 4.55. Sistem 2'nin giriş genliği 0,1 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



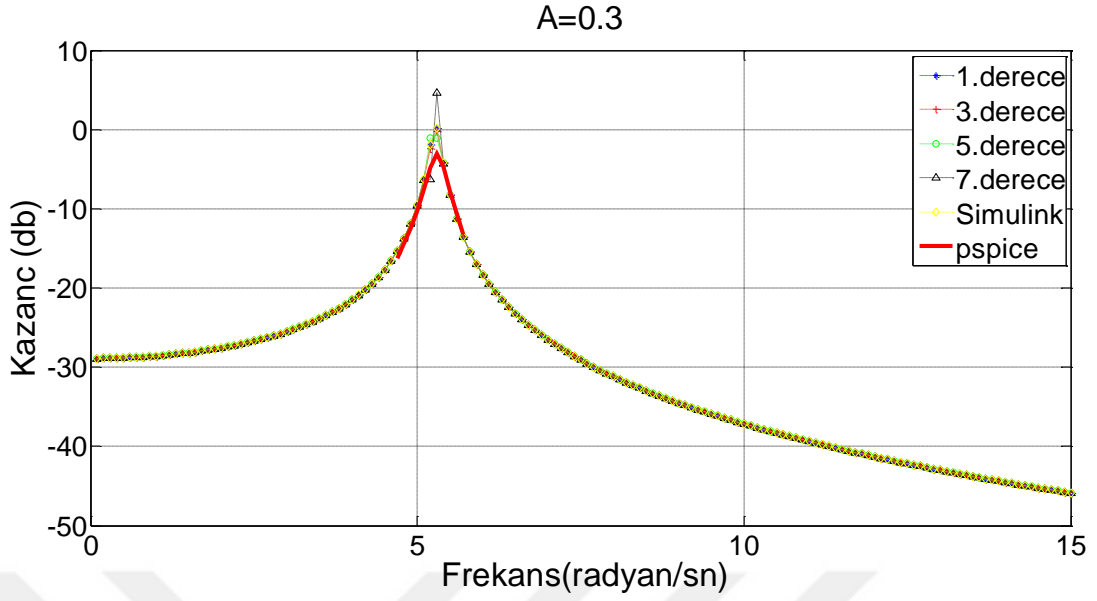
Şekil 4.56. Sistem 2'nin giriş genliği 0,1 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması



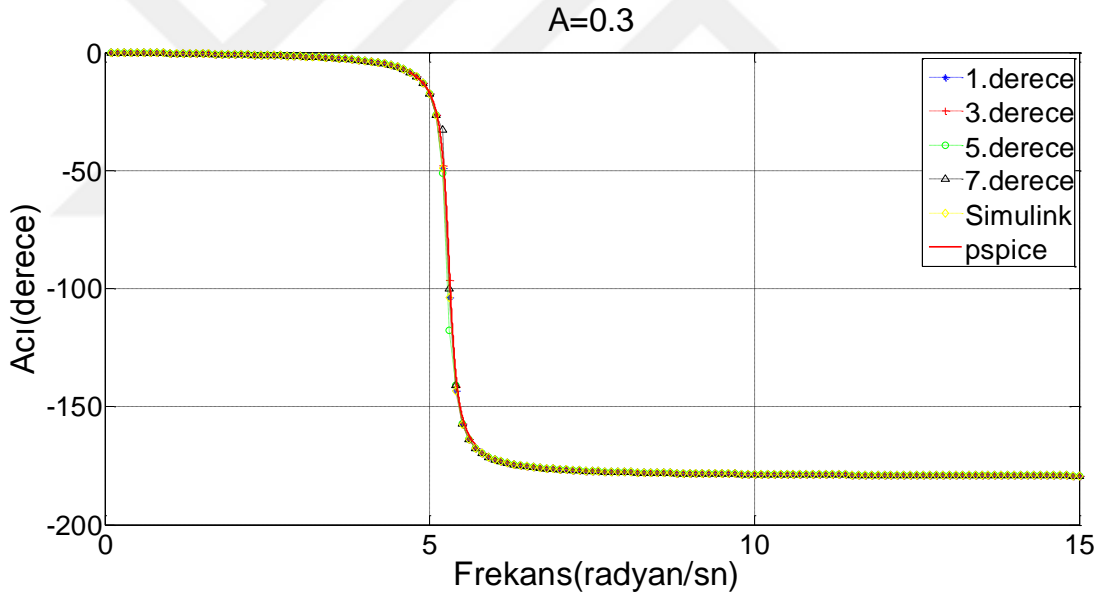
Şekil 4.57. Sistem 2'nin giriş genliği 0,2 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



Şekil 4.58. Sistem 2'nin giriş genliği 0,2 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması



Şekil 4.59. Sistem 2'nin giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması

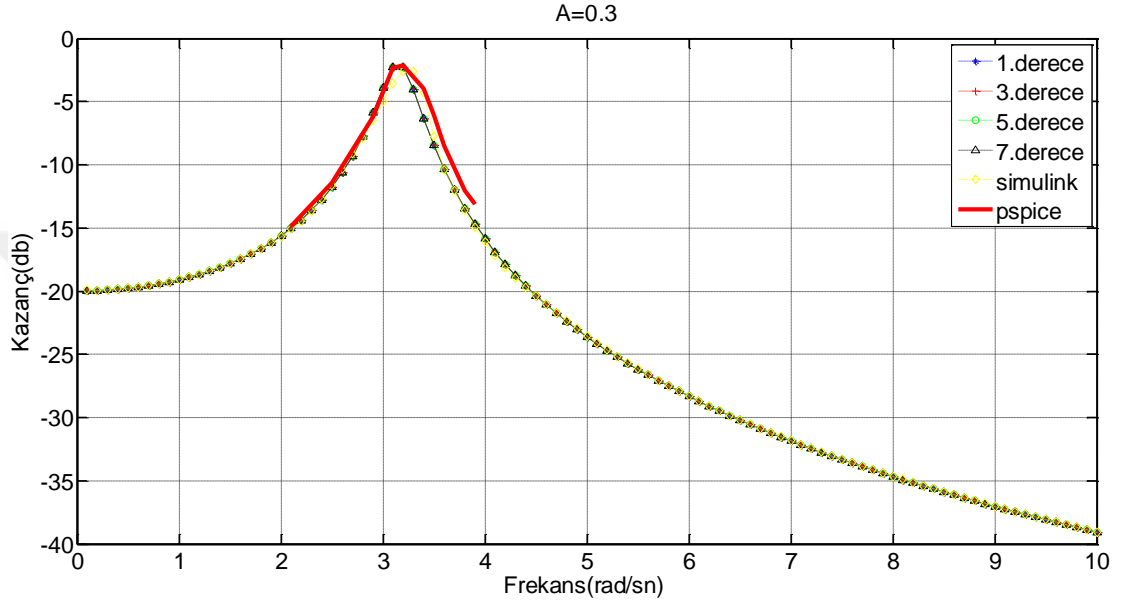


Şekil 4.60. Sistem 2'nin giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması

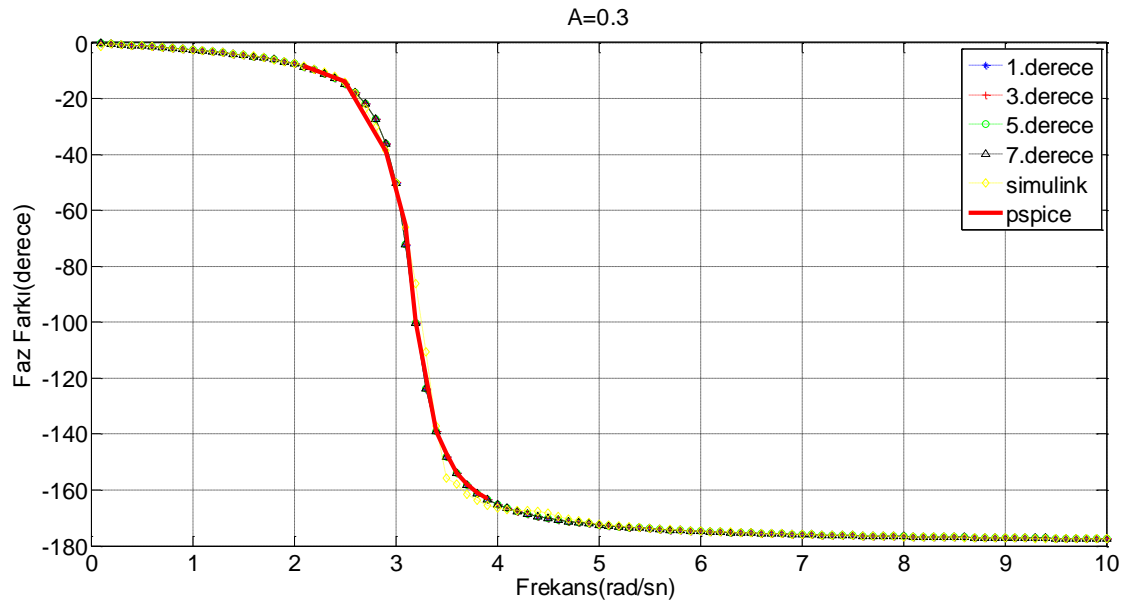
4.6.3. Sistem 3 için sonuçların karşılaştırılması

Tasarlanan arayüzde tanımlama fonksiyonu kullanılarak ve matlab simulink'de frekans cevaplarının analizleri 0,1 rad/sn ile 10 rad/sn arasındadır. Fakat Pspice platformundan elde edilen cevaplar 2,1 rad/sn ile 3,9 rad/sn arasında bulunmuştur. Bu karşılaştırmalar 0,3 V, 0,5 V ve 0,7 V giriş genliklerine göre Şekil 4.61 – 4.66'da

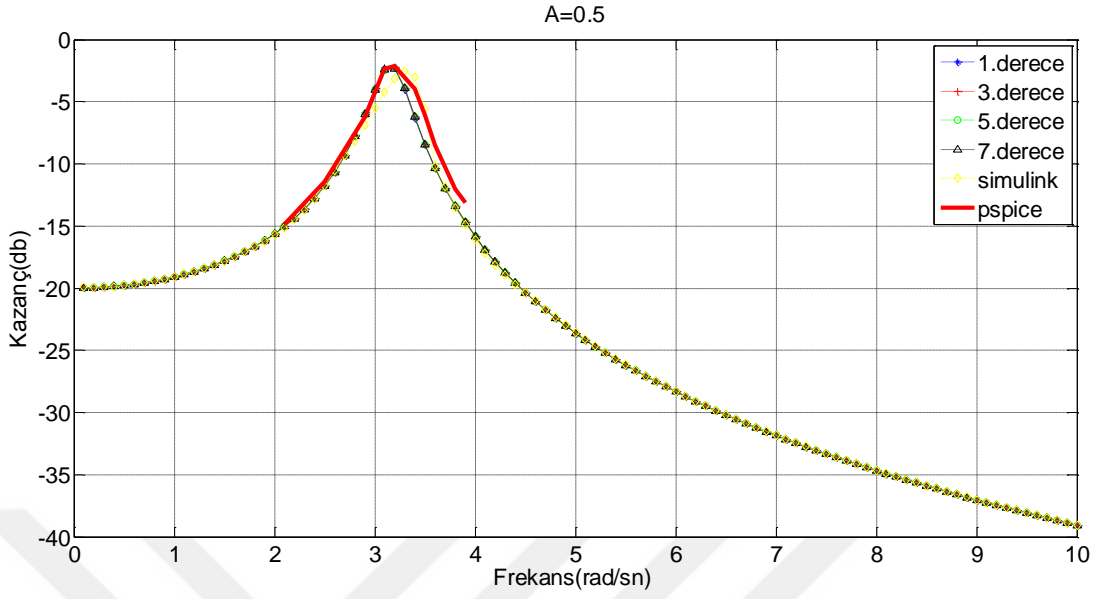
verilmiştir. Grafiklere bakıldığında, giriş sinyali yaklaşık 3,2 rad/sn frekans değeri aldığımda frekans cevap sonucu o değerde rezonansa girmektedir. Kazanç değeri rezonans değerine kadar yükselirken sonrasında üstel olarak azalmaya başlamıştır. Faz açısı değeri ise rezonans değerinden sonra giriş ile çıkış sinyali arasındaki derece farkının daha da fazla olduğu görülmektedir.



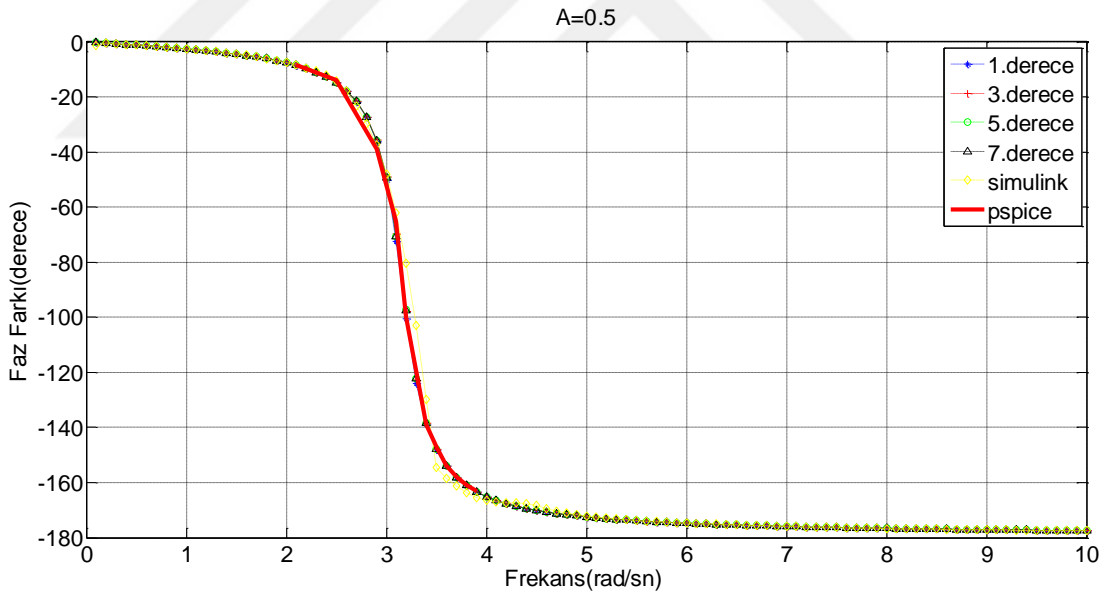
Şekil 4.61. Sistem 3'ün giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



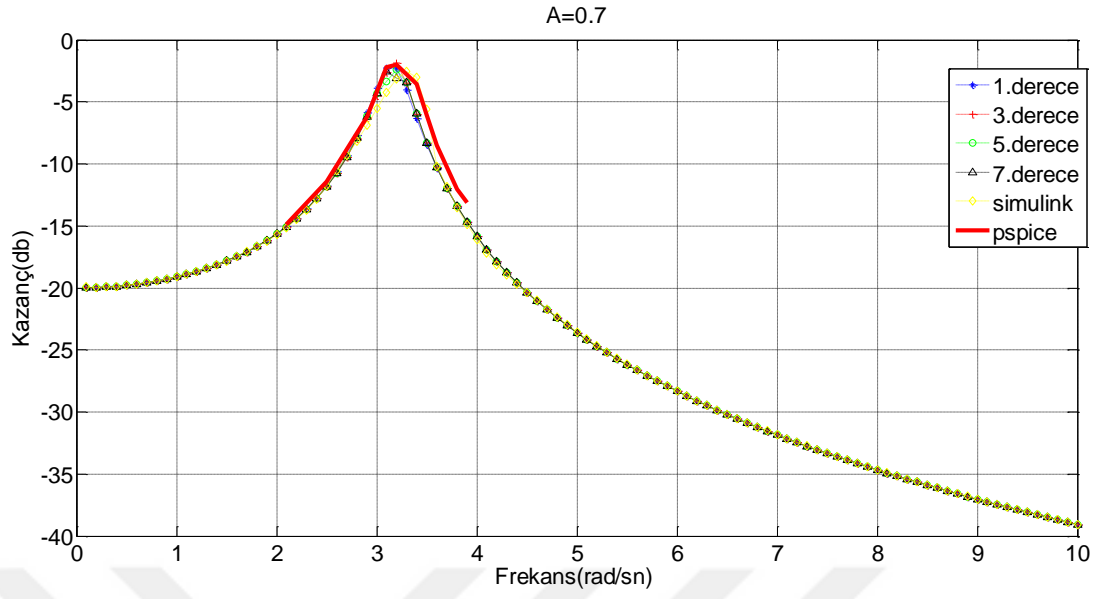
Şekil 4.62. Sistem 3'ün giriş genliği 0,3 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması



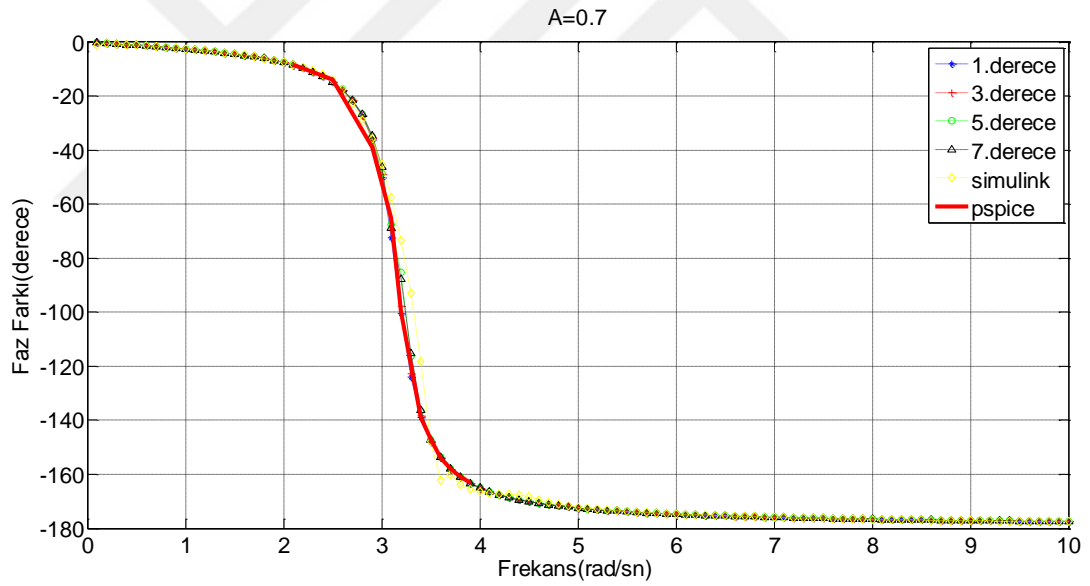
Şekil 4.63. Sistem 3'ün giriş genliği 0,5 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



Şekil 4.64. Sistem 3'ün giriş genliği 0,5 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması



Şekil 4.65. Sistem 3'ün giriş genliği 0,7 V iken frekans analizindeki kazançların karşılaştırılması



Şekil 4.66. Sistem 3'ün giriş genliği 0,7 V iken frekans analizindeki faz açılarının karşılaştırılması

BÖLÜM 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Doğrusal olmayan sistemlerin analizi zaman ve frekans boyutunda olmak üzere farklı yöntemler kullanılarak gerçekleştirilebilmektedir. Zaman boyutundaki yöntemler sistemin davranışlarının analizi açısından yetersiz kalabilmektedir. Örneğin atlama olayı gibi doğrusal olmaya sistem davranışları frekans boyutunda incelenmektedir. Bu nedenle tez çalışmasında frekans boyutunda analiz yöntemlerinden birisi olan Volterra Serileri temelli Tanımlama Fonksiyonları yöntemi ele alınmıştır. Bu yöntem ile doğrusal olmayan sistemlerin frekans cevabı iki boyutlu genlik kazancı ve faz farkı grafikleri ile sunulabilmektedir. Bu yöntemin daha kolay uygulanabilmesi ve yaygınlaştırılması için bir arayüz tasarlanmıştır. 3 farklı doğrusal olmayan sistem için arayüzde sonuçlar elde edilmiş ve bu sistemler için Matlab Simulink sonuçları karşılaştırılarak tasarlanan Arayüzün doğruluğu gösterilmiştir. Ayrıca Pspice elektronik simülasyon platformunda da tezde kullanılan 3 farklı doğrusal olmayan sistem için analog devreler tasarlanıp simüle edilmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçları ile önceki sonuçlar karşılaştırılarak yöntemin geçerliliği ortaya konmuştur.

Tez içeriğindeki sonuç grafikleri incelendiğinde farklı platformlarla elde edilen tüm sonuçların Tanımlama Fonksiyonları ile elde edilen sonuçlarla uyum içinde olduğu ve birbirini doğruladığı görülmüştür. Özellikle daha düşük genliklerdeki düşük dereceli Tanımlama Fonksiyonları sonuçları ile simülasyon sonuçları tam olarak örtüşmektedir. Daha yüksek genliklerdeki yüksek dereceli Tanımlama Fonksiyonları sonuçları ile simülasyon sonuçları arasında ise rezonans frekansında küçük farkların olduğu tespit edilmiştir. Bunun nedeni Tanımlama fonksiyonları yönteminin genlik bağımlı bir yöntem olması, yüksek derece ve yüksek genliklerin yöntemin yapısı gereği rezonans frekansı civarında farklı sonuçlar oluşturmasıdır. Rezonans frekansı dışındaki değerler için ise bu durum bir problem oluşturmamakta ve elde edilen tüm sonuçlar tam olarak örtüşmektedir. Buna göre, doğrusal olmayan terim yapıları ile dereceleri farklı sistemler üzerinde, farklı genlik değerleri için gerçekleştirilen

uygulamalar sonucunda, simülasyon ve Tanımlama Fonksiyonları yöntemleri kullanılarak hesaplanan frekans cevaplarının doğru olduğu ortaya konmuştur. Bu durum hem Matlab Simulink ile gerçekleştirilen simülasyonların hem Pspice elektronik devre simülasyonunda gerçekleştirilen simülasyonlarında hem de tez kapsamında tasarlanan arayüz ile elde edilen frekans cevaplarının geçerli olduğunu göstermektedir. Sonuçta, üç farklı platformda elde edilen frekans cevapları karşılaştırılarak sonuçlar yorumlanmış ve Tanımlama Fonksiyonu yönteminin kullanılabilirliği gösterilmiştir. Tez kapsamında elde edilen bir diğer sonuç doğrusal olmayan sistemlerin analog elektronik devre tasarımının basitçe yapılabileceğini ve deneysel olarak frekans analizi için uygun bir yöntem olduğunu göstermiştir.



KAYNAKLAR

Barrett, J. F. (1965). The use of Volterra series to find region of stability of a non-linear differential equation. *International Journal of Control*, 1(3), 209–216.

Bedrosian, E., & Rice, S. O. (1971). The output properties of Volterra systems (nonlinear systems with memory) driven by harmonic and Gaussian inputs. *Proceedings of the IEEE*, 59(12), 1688–1707.

Billings, S. A., & Lang, Z.-Q. (1997). Truncation of nonlinear system expansions in the frequency domain. *International Journal of Control*, 68(5), 1019–1042.

Billings, S. A., & Peyton Jones, J. C. (1990). Mapping non-linear integro-differential equations into the frequency domain. *International Journal of Control*, 52(4), 863–879.

Billings, S. A., & Tsang, K. M. (1989). Spectral analysis for non-linear systems, Part I: Parametric non-linear spectral analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 3(4), 319–339.

Billings, Stephen A. (1980). Identification of nonlinear systems—a survey. *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, 127, 272–285. IET.

Biswas, T. K., & McGee, W. F. (1991). Volterra series analysis of semiconductor laser diode. *IEEE Photonics Technology Letters*, 3(8), 706–708.

Brenner, M., & Xu, Y. (2002). A factorization method for identification of Volterra systems. *Journal of computational and Applied Mathematics*, 144(1-2), 105–117.

Brilliant, M. B. (1958). *THEORY OF THE ANALYSIS OF NONLINEAR SYSTEMS*: <https://doi.org/10.21236/AD0216209>

Brogan, W. L. (1974). *Modern control theory*. Pearson education india.

Bui, F. M., Li, J., Bott, K., & Mintchev, M. P. (2001). Volterra series modelling and compensation of non-linear distortions caused by susceptibility difference artefacts related to the presence of ferromagnetic implants in magnetic resonance imaging. *Medical engineering & physics*, 23(3), 207–215.

Chadwick, M. A., Kadiramanathan, V., & Billings, S. A. (2006). Analysis of fast-sampled non-linear systems: generalised frequency response functions for δ -operator models. *Signal Processing*, 86(11), 3246–3257.

Chatterjee, A., & Vyas, N. S. (2000). Convergence analysis of Volterra series response of nonlinear systems subjected to harmonic excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 236(2), 339–358.

Chatterjee, A., & Vyas, N. S. (2003). Non-linear parameter estimation with Volterra series using the method of recursive iteration through harmonic probing. *Journal of Sound and Vibration*, 268(4), 657–678.

Chatterjee, A., & Vyas, N. S. (2004). Non-linear parameter estimation in multi-degree-of-freedom systems using multi-input Volterra series. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18(3), 457-489.

Chua, L., & Tang, Y.-S. (1982). Nonlinear oscillation via Volterra series. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 29(3), 150–168.

Cveticanin, L. (2001). Analytic approach for the solution of the complex-valued strong non-linear differential equation of Duffing type. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 297(3), 348-360.

Gelb, A., & Van der Velde, W. E. (1968). Multiple-input describing functions and non-linear system design. *Çinde McGraw-Hill Electronic Sciences Series*. New York, NY: McGraw-Hill.

Guo, Y., Guo, L. Z., Billings, S. A., Coca, D., & Lang, Z. Q. (2013). Volterra Series Approximation of a Class of Nonlinear Dynamical Systems Using the Adomian Decomposition Method. *Nonlinear Dynamics*, 74(1), 359-371.

Hélie, T., & Roze, D. (2008). Sound synthesis of a nonlinear string using Volterra series. *Journal of Sound and Vibration*, 314(1-2), 275–306.

Hsu, H. P. (1995). *Schaum's outline of theory and problems of signals and systems*. *Çinde Schuam's Outline Series*. New York, NY: McGraw-Hill.

Jing, X. J., Lang, Z. Q., & Billings, S. A. (2008). Frequency domain analysis for non-linear Volterra systems with a general non-linear output function. *International Journal of Control*, 81(2), 235–251.

Jing, X. J., Lang, Z. Q., & Billings, S. A. (2010). Output frequency properties of nonlinear systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 45(7), 681-690.

Jing, X., & Lang, Z. (2009). On the Generalized Frequency Response Functions of Volterra Systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 131(6), 061002-061002-061008.

Jones, J. C. P. (1995). Mapping nonlinear integro-differential equations to a generalized describing function form. *International Journal of Control*, 62(5), 1145-1160.

Jones, J. C. P., & Billings, S. A. (1991). Describing functions, Volterra series, and the analysis of non-linear systems in the frequency domain. *International Journal of Control*, 53(4), 871-887.

Kacar, S., Cankaya, I., & Boz, A. F. (2014). Investigaton of computational load and parallel computing of Volterra series method for frequency analysis of nonlinear systems. *Optoelectronics and advanced materialsrapid communications*, 8(5-6), 555–566.

Kacar, Sezgin, & Cankaya, I. (2012). Analysis of nonlinear systems using Matlab and Asp. Net based web interface. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 27(4), 795–806.

Kaçar, S., & Çankaya, İ. (2010). Volterra Serileri Metodu İle Doğrusal Olmayan Sistemlerin Frekans Boyutunda Analizi İçin .Net Tabanlı Arayüz Tasarımı, *Deü Mühendislik Fakültesi Fen Bilimleri Dergisi*, 12(3), pp. 87-102.

Kerschen, G., Worden, K., Vakakis, A. F., & Golinval, J.-C. (2006). Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(3), 505-592.

Kovacic, I., & Brennan, M. J. (2011). *The Duffing Equation: Nonlinear Oscillators and their Behaviour*. John Wiley & Sons.

Kuo, B. C., & Bir, A. (2009). *Otomatik kontrol sistemleri*. Literatür Yayınları.

Li, L. M., & Billings, S. A. (2012). Piecewise Volterra modeling of the Duffing oscillator in the frequency-domain. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 26, 117-127.

Manson, G., Worden, K., & Wood, M. (2012). Analysis of Reciprocity Breakdown in Nonlinear Systems. *Journal of Physics: Conference Series*, 382, 012031.

Masugi, M., & Takuma, T. (2007). Using a Volterra system model to analyze nonlinear response in video-packet transmission over IP networks. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 12(3), 411-421.

Narayanan, S. (1970). Application of Volterra series to intermodulation distortion analysis of transistor feedback amplifiers. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 17(4), 518-527.

Peng, Z. K., & Lang, Z. Q. (2007). On the convergence of the Volterra-series representation of the Duffing's oscillators subjected to harmonic excitations. *Journal of Sound and Vibration*, 305(1), 322-332.

Peng, Z. K., Lang, Z. Q., Billings, S. A., & Tomlinson, G. R. (2008). Comparisons between harmonic balance and nonlinear output frequency response function in nonlinear system analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 311(1), 56-73.

Petkovska, M., & Do, D. D. (1998). Nonlinear frequency response of adsorption systems: isothermal batch and continuous flow adsorbers. *Chemical Engineering Science*, 53(17), 3081-3097.

Peyton Jones, J. C. (1995). Generalised Describing Functions for a Class of Nonlinear Difference and Differential Equation Models. *IFAC Proceedings Volumes*, 28(14), 825-830.

Peyton Jones, J. C. (2007). Simplified computation of the Volterra frequency response functions of non-linear systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(3), 1452-1468.

Swain, A. K., & Billings, S. A. (2001). Generalized frequency response function matrix for MIMO non-linear systems. *International Journal of Control*, 74(8), 829-844.

Tomlinson, G. R., Manson, G., & Lee, G. M. (1996). A Simple Criterion For Establishing An Upper Limit To The Harmonic Excitation Level Of The Duffing Oscillator Using The Volterra Series. *Journal of Sound and Vibration*, 190(5), 751-762.

Tymerski, R. (1991). Volterra series modeling of power conversion systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(4), 712-718.

Volterra, V. (1930). Theory of Functionals and of Integral and Integro. *Differential Equations*, 61.

Worden, K., Manson, G., & Tomlinson, G. R. (1997). A Harmonic Probing Algorithm For The Multi-Input Volterra Series. *Journal of Sound and Vibration*, 201(1), 67-84.

